

ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE
SECONDAIRE

Avenue E. Mounier 100 – 1200 BRUXELLES

Programme

Mathématiques – 5 périodes

2^e degré

Humanités générales et technologiques

D/2014/7362/3/06

La FESeC remercie les membres du groupe à tâche qui ont travaillé à l'élaboration du présent programme.

Elle remercie également les nombreux enseignants qui l'ont enrichi de leur expérience et de leur regard constructif.

Elle remercie enfin les personnes qui en ont effectué une relecture attentive.

Ont participé à l'écriture de ce programme :

BAETEN Edith

BOLLY Pierre

HAUSMANN Sabine

LOOZE Annick

LOSFELD Pierre-Emmanuel

MATHIEU Angélique

MIEWIS Jules

PELTGEN Marie-Noëlle

VAN GEET Patricia

Ce document respecte la nouvelle orthographe.

TABLE DES MATIERES

Table des matières	3
Introduction générale.....	5
Introduction spécifique	9
Programme de 3^e ANNÉE.....	21
Les figures isométriques et les figures semblables	22
Le triangle rectangle.....	26
Approche graphique d'une fonction	30
Premier degré.....	34
Les outils algébriques	38
Programme de 4^e ANNÉE.....	41
Statistique descriptive à une variable	42
Géométrie dans l'espace	46
Trigonométrie.....	48
Fonctions de référence.....	50
Deuxième degré	54
Géométrie analytique plane.....	58
Situations d'apprentissage	63
Situation 1. Comment mesurer des grandeurs inaccessibles ?	63
Situation 2. Transformées des fonctions de référence	69
Glossaire	73

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Ces dernières années ont vu l'émergence du concept d'acquis d'apprentissage qui met explicitement l'accent sur ce qui est attendu de l'élève. Le décret « Missions » définit les acquis d'apprentissage (AA) en termes de savoirs, aptitudes et compétences. Ils représentent ce que l'apprenant sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

L'apparition de ce concept a nécessité l'actualisation des référentiels, et donc des programmes, qui s'appuient désormais sur des Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA). Celles-ci constituent des ensembles cohérents qui peuvent être évalués ou validés.

Les programmes élaborés par la Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique sont conçus comme une aide aux enseignants pour la mise en œuvre des référentiels. Au-delà du prescrit, ils visent une cohérence entre les différentes disciplines. En outre, ils invitent les enseignants, chaque fois que c'est possible, à mettre l'accent sur l'intégration dans les apprentissages du développement durable, du numérique et de la dimension citoyenne.

Programmes – Référentiels

Lors de son engagement auprès d'un pouvoir organisateur, le professeur signe un contrat d'emploi et les règlements qui y sont liés. En lui confiant des attributions, le directeur l'engage dans [une mission pédagogique et éducative dans le respect des projets de l'enseignement secondaire catholique](#).

Les programmes doivent être perçus comme l'explicitation de la composante pédagogique du contrat. Ils précisent les attitudes et savoirs à mobiliser dans les apprentissages en vue d'acquérir les compétences terminales et savoirs requis définis dans les référentiels. Ils décrivent également des orientations méthodologiques à destination des enseignants. Les programmes s'imposent donc, pour les professeurs de l'enseignement secondaire catholique, comme les documents de référence. C'est notamment sur ceux-ci que se base l'inspection pour évaluer le niveau des études.

Complémentairement, la FESeC produit des outils pédagogiques qui illustrent et proposent des pistes concrètes de mise en œuvre de certains aspects des programmes. Ces outils sont prioritairement destinés aux enseignants. Ils peuvent parfois contenir des documents facilement et directement utilisables avec les élèves. Ces outils sont à considérer comme des compléments non prescriptifs.

DES RÉFÉRENTIELS INTERRÉSEAUX

Dans le dispositif pédagogique, on compte différentes catégories de référentiels de compétences approuvés par le parlement de la Fédération Wallonie-Bruxelles.

Pour l'enseignement de transition, il s'agit des compétences terminales et savoirs requis dans les différentes disciplines.

Ces référentiels de compétences peuvent être téléchargés sur le site : www.enseignement.be.

Programmes – Outils – Évaluation¹

« Plus les évaluateurs seront professionnels de l'évaluation, ... moins il sera nécessaire de dissocier formatif et certificatif. Le véritable conflit n'est pas entre formatif et certificatif, mais entre logique de formation et logique d'exclusion ou de sélection. »

Philippe Perrenoud, 1998

- Faut-il évaluer des compétences en permanence ?

L'évaluation à « valeur formative » permet à l'élève de se situer dans l'apprentissage, de mesurer le progrès accompli, de comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre, mais aussi d'apprécier l'adéquation des stratégies mises en place par l'enseignant. Elle fait partie intégrante de l'apprentissage et oriente la remédiation à mettre en place au cours du parcours d'apprentissage dès que cela s'avère nécessaire.

Dans ce cadre, il est utile d'observer si les ressources (savoirs, savoir-faire, attitudes, ...) sont correctement mobilisées. Cela peut se faire d'une manière informelle au moyen d'un dispositif d'évaluation rapide et adapté. Il peut aussi être pertinent d'utiliser des méthodes plus systématiques pour récolter des informations sur les acquis de l'élève, pour autant que ces informations soient effectivement traitées dans le but d'améliorer les apprentissages et non de servir un système de comptabilisation.

La diversité des activités menées lors des apprentissages (activités d'exploration, activités d'apprentissage systématique, activités de structuration, activités d'intégration, ...) permettra d'installer les ressources et d'exercer les compétences visées.

L'erreur est inhérente à tout apprentissage. Elle ne peut donc pas être sanctionnée pendant le processus d'apprentissage.

Programmes de l'enseignement catholique

Conformément à la liberté des méthodes garantie dans le pacte scolaire, la FESec élabore les programmes pour les établissements du réseau. Ces programmes fournissent des indications pour mettre en œuvre les référentiels interréseaux.

- Un programme est un référentiel de situations d'apprentissage, de contenus d'apprentissage, obligatoires ou facultatifs, et d'orientations méthodologiques qu'un pouvoir organisateur définit afin d'atteindre les compétences fixées par le Gouvernement pour une année, un degré ou un cycle (article 5.15° du décret « Missions » 24 juillet 1997).
- La conformité des programmes est examinée par des commissions interréseaux qui remettent des avis au ministre chargé de l'enseignement secondaire. Sur la base de ces avis, le programme est soumis à l'approbation du Gouvernement qui confirme qu'un programme, correctement mis en œuvre, permet d'acquérir les compétences et de maîtriser les savoirs définis dans le référentiel de compétences.
- Les programmes de la FESec sont écrits, sous la houlette du responsable de secteur, par des groupes à tâche composés de professeurs, de conseillers pédagogiques et d'experts.

¹ Référence « [Balises pour évaluer](#) ».

Il convient d'organiser des évaluations à « valeur certificative » qui s'appuieront sur des tâches ou des situations d'intégration auxquelles l'élève aura été exercé. Elles visent à établir un bilan des acquis d'apprentissages, en lien avec les unités définies par les référentiels. Il s'agit donc essentiellement d'évaluer des compétences, mais la maîtrise des ressources est également à prendre en compte.

Ces bilans sont déterminants pour décider de la réussite dans une option ou une discipline. Les résultats de ceux-ci ne sont cependant pas exclusifs pour se forger une opinion sur les acquis réels des élèves.

- La progressivité dans le parcours de l'élève

Si les compétences définies dans les référentiels et reprises dans les programmes sont à maîtriser, c'est au terme d'un parcours d'apprentissage qui s'étale le plus souvent sur un degré qu'elles doivent l'être. Cela implique que tout au long de l'année et du degré, des phases de remédiation plus formelles permettent à l'élève de combler ses lacunes. Cela suppose aussi que, plus l'élève s'approchera de la fin de son parcours dans l'enseignement secondaire, plus les situations d'intégration deviendront complexes.

- La remédiation

L'enseignant dispose d'informations essentielles sur les difficultés rencontrées par le groupe ou par un élève en particulier par l'attention qu'il porte tout au long des apprentissages, de ses observations, des questions posées en classe, des exercices proposés ou des évaluations à « valeur formative » qu'il met en place.

Il veillera donc à différencier la présentation de la matière, à réexpliquer autrement les notions pour répondre aux différents profils d'élèves et leur permettre de dépasser leurs difficultés. Des moments de remédiation plus structurels seront aussi prévus dans le cadre du cours ou d'heures inscrites à l'horaire. Des exercices d'application à effectuer en autonomie pourront être proposés.

Pour les cours relevant de l'enseignement de transition, les documents de référence sont les suivants :

- **documents émanant de la Fédération Wallonie-Bruxelles ;**
- **documents émanant de la Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique :**

- le présent **programme** qui, respectant fidèlement les UAA, compétences, attitudes et savoirs repris dans les référentiels, n'ajoute aucun contenu nouveau, mais donne des orientations méthodologiques ;

- des **outils** d'aide à la mise en œuvre du programme sont téléchargeables sur le site <http://enseignement.catholique.be/segec/discipline>.

Programmes – Manuels scolaires

Nombre d'éditeurs proposent des manuels scolaires aux enseignants. Certains de ces manuels offrent un large éventail de situations pour aborder une même thématique, d'autres développent des thèmes non prévus dans les référentiels. Aussi est-il essentiel de rappeler qu'un manuel ne peut tenir lieu de programme.

INTRODUCTION SPÉCIFIQUE

1. Mathématiques scientifiques et mathématiques scolaires

Les mathématiques sont « **scientifiques** » : elles constituent un regard et un langage sur le monde, fondés sur un ensemble de présupposés, de connaissances et de compétences construits par une communauté scientifique qui se reconnaît autour d'elles.

La discipline scientifique identifie des objets qui relèvent de son champ d'expertise : les objets géométriques, les grandeurs, les nombres, les lois statistiques, ... La discipline construit des outils conceptuels, méthodologiques ou techniques pour mener ses investigations et construire ses représentations du réel : un schéma, une équation, un concept, une définition, un modèle, une fonction, ...

Les mathématiques sont « **scolaires** » : elles forment une approche du réel liée à un ensemble de connaissances et de compétences construites en fonction des mathématiques scientifiques, mais elles sont également structurées autour d'un enseignement et en fonction de ses finalités sociétales.

Les savoirs scolaires, tirant leur légitimité à la fois de leurs référents scientifiques et de leurs finalités sociétales, ne sont donc pas de purs décalques des savoirs savants ; ils impliquent une transposition didactique de savoirs savants en objets d'enseignement.

En fonction de leur épistémologie propre, les mathématiques se situent d'une manière spécifique entre objets et outils. Les concepts mathématiques, ainsi que les techniques et méthodes associées sont adaptables à de multiples contextes. Par exemple, les fonctions du premier degré modélisent aussi bien le coût d'un téléphone en économie domestique que les mouvements rectilignes uniformes en physique. Les outils ne peuvent être réduits à des techniques que l'élève utiliserait sans en maîtriser ni le sens et la portée, ni les conditions d'utilisation.

La production mathématique majeure consiste alors, face à un problème intra ou extra-mathématique donné, à choisir l'outil (ou les outils) approprié et à en faire un usage adéquat en vue d'une résolution.

Que ce soit dans l'histoire des mathématiques ou dans l'apprentissage des élèves, les outils ont d'abord un ancrage dans des contextes variés qu'ils permettent d'abstraire, de fédérer et de traiter de manière efficace, car unifiée.

2. Les UAA du programme

Pour garantir la cohérence et la progression des apprentissages et en faciliter la planification par les équipes d'enseignants, le programme est présenté selon un découpage en unités d'acquis d'apprentissage (UAA). L'approche par unités d'acquis d'apprentissage permet d'organiser des ensembles cohérents, finalisés et évaluables, en fonction des domaines et des objets propres au savoir scolaire. L'expression « acquis d'apprentissage » (AA) désigne ce qu'un élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage.

Le référentiel des compétences terminales et savoirs requis en mathématiques à l'issue des humanités générales et technologiques distingue les UAA par années.

- Les intitulés des cinq UAA du programme de 3^e année sont :

3UAA1	Figures isométriques et figures semblables
3UAA2	Triangle rectangle
3UAA3	Approche graphique d'une fonction
3UAA4	Premier degré
3UAA5	Outils algébriques

- Les intitulés des six UAA du programme de 4^e année sont :

4UAA1	Statistique descriptive à une variable
4UAA2	Géométrie dans l'espace
4UAA3	Trigonométrie
4UAA4	Fonctions de référence
4UAA5	Deuxième degré
4UAA6	Géométrie analytique plane

3. La structure des UAA du programme

Chaque UAA comprend les mêmes rubriques.

3.1. Les compétences

Chaque UAA vise la mise en place d'une ou plusieurs **compétences** mathématiques en construction tout au long du cursus de formation de l'élève. Pour s'inscrire dans une logique d'acquisition progressive et spiralaire de compétences, chaque unité liste les ressources mobilisées dans l'exercice des compétences visées et précise les processus mis en œuvre lors d'activités permettant de construire, d'entraîner ou d'évaluer les compétences concernées.

3.2. Les stratégies transversales

Les UAA peuvent également faire appel à des démarches ou procédures générales qui, par leur réinvestissement répété dans des contextes variés, prennent un caractère transversal, soit intradisciplinaire (démarche expérimentale, démarche historique, ...), soit transdisciplinaire (techniques de communication écrite ou orale, utilisation d'outils informatiques, ...): par convention, elles sont ici dénommées « stratégies transversales ». En les précisant, on évite de les mobiliser comme si elles allaient de soi pour l'élève et ne nécessitaient pas des apprentissages spécifiques.

3.3. Le « D'où vient-on ? »

Une rubrique « **D'où vient-on?** » montre la progression vécue par l'élève avant d'entamer les apprentissages de l'UAA et, en rapport avec ceux-ci, donne un fil conducteur et situe les matières à enseigner dans une certaine continuité.

3.4. Le « Où va-t-on ? »

En parallèle, la rubrique « **Où va-t-on ?** » donne des indications quant au sens et à la portée des ressources, ainsi qu'à la manière d'articuler le chapitre traité à d'autres.

3.5. Les ressources

Le listage de **ressources** permet d'identifier l'ensemble des savoirs et savoir-faire qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l'unité d'apprentissage et qui s'avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.

3.6. Les directives et commentaires

En correspondance avec la colonne des ressources, quelques « **directives et commentaires** » proposent des indications pour organiser le travail en classe, précisent le niveau de rigueur qu'il faut atteindre et exposent quelques pistes méthodologiques. Toutefois, le choix des contextes pour explorer une notion nouvelle, pour modéliser un phénomène, pour formuler ou conjecturer un résultat doit favoriser la mobilité de la pensée, la pluralité des méthodes et celles des solutions. Il ne peut être question ici de préciser l'unique bonne méthode pour l'unique bonne pédagogie.

3.7. Les processus

L'intentionnalité et l'opérationnalité données aux apprentissages selon la logique « compétences » n'impliquent pas d'éluder la nécessité didactique de mettre en place, progressivement, des savoirs et savoir-faire décontextualisés des situations d'apprentissage et des tâches d'entraînement, afin d'en assurer la maîtrise conceptualisée (connaître) et surtout la mobilisation dans des situations standardisées (appliquer) ou relativement autonomes (transférer).

L'identification de **processus** permet de distinguer des opérations de nature, voire de complexité différente, classées selon trois dimensions.

CONNAITRE = CONSTRUIRE ET EXPLICITER DES RESSOURCES

Dans chaque unité, la dimension « connaître » correspond à la nécessité d'outiller les élèves de connaissances suffisamment construites, structurées et détachées d'un contexte déterminé, susceptibles de pouvoir être mobilisées indifféremment d'une situation donnée à l'autre (lors de tâches d'application et/ou de transfert).

Les savoirs (en particulier les outils conceptuels : notions, concepts, modèles, théories) et les savoir-faire (en particulier les procédures, démarches, stratégies) doivent être identifiables, en tant que tels, par l'élève, à l'issue de son apprentissage, pour qu'il puisse les mobiliser en toute connaissance de cause quelle que soit la situation contextuelle de la tâche à résoudre.

Pour l'élève, construire et expliciter des ressources, c'est évoquer les connaissances qui s'y rapportent, montrer qu'il en saisit le sens et la portée. Il s'agit selon les cas, de :

- citer un énoncé et de l'illustrer par un exemple ou un dessin ;
- reconnaître les circonstances d'utilisation d'une ressource ;
- énoncer la définition qui correspond à l'usage qui est fait d'une ressource dans un contexte donné ;
- analyser la structure globale d'un texte mathématique, et en particulier, y distinguer l'essentiel de l'accessoire ;
- maîtriser le vocabulaire, les connecteurs logiques (si... alors, en effet, donc, et, ou, ...) et le symbolisme nécessaires pour expliquer une propriété ;
- reproduire les étapes d'une argumentation, commenter une définition ;
- justifier certaines étapes d'un calcul, faire un schéma ;
- construire une chaîne déductive et la justifier ;
- utiliser un contre-exemple pour invalider une proposition ;
- argumenter pour valider une proposition ;
- étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large ;
- ...

On le voit : explicitation n'est pas synonyme de restitution ! Cette dimension ne doit pas servir de prétexte pour capitaliser chez l'élève des savoirs de manière érudite ou de driller des procédures de manière automatique, mais pour développer chez lui un niveau « méta » : être capable à la fois d'expliciter ses connaissances ou ses ressources, et de justifier les conditions dans lesquelles celles-ci peuvent être mobilisées.

Il importe en effet de développer chez l'élève la conscience de ce que l'on peut faire de ses connaissances et compétences : « *je sais quand, pourquoi, comment utiliser tel savoir* (concept, modèle, théorie, ...) *ou tel savoir-faire* (procédure, démarche, stratégie, ...) ». Développer une telle capacité « méta » vise déjà un niveau de compétence relativement complexe.

APPLIQUER = MOBILISER DES ACQUIS IDENTIFIÉS

Il est opportun, dans le cadre de l'apprentissage comme de l'évaluation, de distinguer des tâches qui sont de l'ordre de l'application et des tâches qui sont de l'ordre du transfert.

À la lecture de l'énoncé d'une tâche d'application, l'élève identifie immédiatement la stratégie à mettre en œuvre. La tâche est en quelque sorte standardisée, voire routinière. La compétence de lecture de la consigne n'en reste pas moins déterminante. Au moment où l'élève apprend à appliquer une procédure, il opère des raisonnements et construit des enchaînements qui ne sont pas d'emblée des automatismes. À son niveau, ces techniques sont parfois complexes. Il s'agit pour lui d'acquérir des « réflexes réfléchis ».

Le caractère standard d'une tâche proposée est identifiable par rapport aux paramètres qui délimitent la classe des problèmes ou des situations pour le traitement desquels les conceptualisations et les procédures adéquates sont facilement reconnues par l'élève.

Pour l'élève, mobiliser des acquis dans le traitement de situations entraînées, c'est par exemple :

- organiser un calcul, c'est-à-dire choisir les règles et les appliquer dans un certain ordre ;
- réaliser un graphique, un diagramme ou un tableau qui éclaire ou résume une situation ;
- résoudre une équation ;
- déterminer le domaine d'une fonction ;
- ...

TRANSFÉRER = MOBILISER DES ACQUIS EN AUTONOMIE

Dans le transfert, la stratégie à mettre en œuvre ne se dégage pas immédiatement de la lecture de l'énoncé de la tâche. On attend un plus grand degré d'autonomie de la part de l'élève. Le transfert, comme l'application, est le résultat d'un apprentissage : l'élève doit avoir pris conscience que ce qu'il apprend est transférable à certaines conditions, doit pouvoir identifier la famille (ou classe) de tâches où tel transfert est possible, doit avoir appris à construire des homologies entre des tâches tout en relevant des différences qui nécessiteront des ajustements au moment du transfert.

Ce qui importe ici, c'est le travail de modélisation qui consiste à dégager dans un énoncé les aspects qui se prêtent à un traitement mathématique. Outre les énoncés que l'on classe spontanément dans cette rubrique, on y inclura les applications géométriques et les problèmes de construction nécessitant un enchaînement de procédés techniques. Ces questions impliquent le passage d'un langage à un autre : entre énoncés, figures, relations d'égalité, ...

L'apprentissage doit articuler les aspects suivants : dégager et codifier des méthodes de résolution à partir des problèmes traités en classe, exercer les élèves à résoudre seuls des problèmes du même type, classer les problèmes selon les méthodes de résolution appropriées.

Mobiliser ses acquis en autonomie n'est pas nécessairement difficile : il serait fâcheux que les élèves imaginent qu'il s'agit de tâches nécessairement pointues, réservées aux meilleurs ! Il y a des problèmes de tous niveaux, ceux que l'on pose lors de l'évaluation doivent refléter cette diversité.

Pour l'élève, mobiliser des acquis inclut nécessairement les étapes suivantes :

- comprendre l'énoncé de la tâche, c'est-à-dire repérer les buts à atteindre, traduire correctement une information, passer d'un langage à un autre (par exemple du langage courant au langage graphique ou algébrique et réciproquement) ;
- choisir et utiliser les outils adéquats (à ce niveau, une erreur de calcul ne doit pas peser de manière décisive) ;
- répondre à la situation (au problème) par une phrase correctement exprimée, analyser la cohérence entre ses calculs et sa réponse, et dans certains cas, argumenter les étapes de son travail, commenter ou justifier les limites de ses résultats.

Ces trois dimensions ne sont pas nécessairement présentes ou développées de la même façon dans toutes les UAA, et ce, en fonction des étapes progressives du cursus suivi par l'élève. En outre, leur ordre de succession n'est pas prédéterminé : elles peuvent se combiner et interagir de différentes façons. On peut souligner le fait que les connaissances se (re)construisent et se (re)configurent au fil des activités d'explicitation des ressources, d'application et de transfert.

4. Construire un parcours

Le cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances. Pour faire sens, il s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel ou de questions à propos de faits mathématiques.

Le programme n'est pas un plan de matières : l'ordre dans lequel il présente les UAA n'est pas un ordre chronologique. Chaque enseignant doit construire un parcours selon une cohérence propre.

S'il utilise un manuel, il lui faut en comparer le contenu avec les ressources du programme et à partir de là, faire des choix quant :

- à la façon d'articuler et de hiérarchiser entre eux les UAA ;
- au niveau visé dans chacun des champs conceptuels ;
- à la façon d'utiliser le manuel et éventuellement d'autres outils ;
- au découpage par périodes ;
- au rythme des évaluations.

Il va de soi que les cours doivent privilégier le sens et ne pas subir nécessairement les mêmes découpages que ceux qui figurent dans les listes des processus. Le sens des matières n'apparaît pas toujours d'emblée, dès les premières questions traitées, mais parfois lorsque l'ensemble des contenus de l'UAA a été rencontré. Il va de soi que les élèves doivent être confrontés à des tâches qui mobilisent des ressources issues de plusieurs UAA. Le parcours défini par l'enseignant doit exhiber le rôle des nouveaux concepts dans la construction théorique et montrer leur utilité dans des tâches bien choisies.

Par ailleurs, il importe que le parcours construit par l'enseignant sur une année soit intégré dans une perspective plus large, en rapport avec les UAA des années précédentes et suivantes. Les rubriques « D'où vient-on » et « Où va-t-on » ont été rédigées dans ce sens. L'enseignant veillera à rendre ces liens entre UAA les plus explicites possible pour l'élève, particulièrement en ce qui concerne ses acquis précédents.

5. La rigueur, l'argumentation, l'expression, la communication

Le cours de mathématiques, comme les autres cours, développe la coopération, la prise de parole, l'écoute, la régularité dans le travail, ... Mais de manière plus spécifique, le travail mathématique initie l'élève à une certaine façon d'argumenter, dans un cadre de pensée et avec un langage propre à cette discipline. Ce type de compétence s'acquiert pendant les cours eux-mêmes, par exemple lorsque le professeur incite l'élève à dire ce qu'il fait, à énoncer les principes, les règles qu'il applique, à repérer pourquoi il utilise certaines ressources, ... mais aussi lorsque l'élève structure ses notes, assimile, produit et rédige une argumentation, présente un travail sous une forme qui le valorise et le rend utilisable aux autres.

La communication intervient lors de différentes étapes d'une démarche mathématique notamment dans la :

- reformulation orale ou écrite d'une situation ;
- traduction du langage mathématique en un langage usuel et réciproquement ;
- production d'un dessin, d'un graphique, d'un schéma, d'un tableau ;
- discussion dans la confrontation de points de vue ;
- présentation structurée des données, des arguments, des solutions ;
- la formulation d'une conjecture, d'une stratégie, d'une procédure, d'une argumentation, d'une démonstration, d'une généralisation, d'une synthèse, d'un résultat ;
- ...

Dans toute communication, orale ou écrite, on vise à ce que l'élève évolue dans sa maîtrise de la rigueur, tant pour le langage mathématique que pour la langue française : choix du terme exact, respect de la syntaxe mathématique, recours aux connecteurs logiques, utilisation de symboles, qualité de la présentation, orthographe correcte.

6. L'outil informatique

Ce programme implique que les élèves disposent d'une calculatrice scientifique de base leur permettant de valider et d'améliorer leur capacité de recherche personnelle. Ce programme s'inscrit dans l'idée que l'élève peut utiliser le calcul mental, le calcul écrit, la calculatrice ou un autre outil informatique en fonction de la situation.

Le recours à des logiciels adaptés peut faciliter la perception d'une situation géométrique, convaincre de la pertinence d'une formule découverte dans un problème ou encore améliorer la qualité d'une présentation de données. **Il importe donc que soit mis en place l'accès à ce type d'équipement dans l'école.**

Dans ce programme, le terme « outil informatique » est utilisé au sens large ; il peut désigner :

- des logiciels didactiques ;
- des logiciels de géométrie dynamique ;
- des logiciels tableurs ;
- des outils de calcul formel, graphique ou scientifique ;
- des outils de construction ;
- des outils de visualisation ;
- des outils de simulation ;
- ...

Une utilisation bien pensée de l'outil informatique permet :

- de limiter le temps consacré à des calculs très techniques ;
- d'illustrer rapidement et efficacement un savoir, un concept ;
- de favoriser la discussion et donc l'appropriation des notions ;
- de faciliter les démarches d'investigation ;
- de repousser les limites des situations proposées ;
- de se focaliser sur le raisonnement ;
- ...

mais elle ne doit en aucun cas pousser à l'économie de la réflexion !

L'utilisation de ces outils intervient selon diverses modalités :

- par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
- par les élèves, dans un cadre d'apprentissage, de recherche, de remédiation, ... ;
- ...

7. L'évaluation à valeur formative – Statut de l'erreur

L'évaluation à valeur formative fait partie intégrante de l'apprentissage qu'elle permet d'orienter et de réguler. Il est donc indispensable de la pratiquer et de la faire pratiquer par l'élève. Elle permet, en effet, de poser sur les différentes productions de l'élève un regard analytique et diagnostique, tant sur la disponibilité cognitive des ressources que sur les stratégies d'apprentissage et de réalisation des tâches, ainsi que sur la maîtrise des processus impliqués dans les UAA. Elle constitue pour l'élève un entraînement. Elle doit contribuer à développer une meilleure estime de soi chez l'élève.

Ce type d'évaluation est basé sur le double principe du « droit à l'erreur » et de « l'erreur, source de progrès ». Cela signifie qu'à tout moment de l'activité en classe, les différentes productions des élèves seront analysées en vue :

- de mesurer leurs qualités en termes de conformité avec le résultat attendu ;
- d'observer les processus et les stratégies mis en œuvre pour parvenir aux productions attendues ;
- de s'interroger sur les causes d'une erreur commise ou d'une difficulté rencontrée ;
- de décoder les sources d'une erreur permettant d'engager un processus d'analyse et de rectification.

Sans préjuger d'un résultat final ni pénaliser l'élève, l'évaluation à valeur formative doit permettre à l'élève et à ses parents de prendre conscience du niveau de maîtrise par rapport à celui attendu pour réussir et, le cas échéant, d'être avertis d'éventuelles lacunes qui pourraient le pénaliser lors de l'évaluation à valeur certificative. Pour l'enseignant, elle sert aussi de guide à l'apprentissage. En effet, c'est à travers l'évaluation à valeur formative que se mettent en place, si nécessaire, un apprentissage individualisé et une remédiation ciblée sur les difficultés réelles de l'élève. C'est ainsi que l'erreur devient source de progrès et d'évolution.

8. L'évaluation à valeur certificative – Une certaine pondération, un échelonnement dans le temps

Chaque UAA du programme doit faire l'objet d'une évaluation à valeur certificative qui doit porter sur l'essentiel : le cadre de référence est celui de la rubrique « processus ». Cette liste cerne ce que l'élève doit savoir dire, faire, expliquer, exploiter.

Il faut donc développer tous les processus, mais chacun ne doit pas nécessairement faire l'objet d'une question d'évaluation : une évaluation reste un « sondage », elle ne doit pas être exhaustive. Évaluer un tout ne signifie pas tout évaluer !

En cohérence avec ce qui aura été proposé à l'élève durant la phase d'apprentissage, il faut aussi soumettre aux élèves des tâches qui mobilisent des ressources issues de plusieurs UAA, afin de refléter le caractère spiralaire de l'apprentissage des mathématiques.

L'ensemble des évaluations à valeurs certificatives **d'une année**, organisées selon une temporalité unique ou segmentée, comprend de manière équilibrée :

- des tâches d'explicitation des connaissances qui permettent de vérifier leur maîtrise sous une forme déclarative et décontextualisée, de préférence dans le cadre d'une tâche d'application ou de transfert ;
- des tâches d'application qui permettent de vérifier la maîtrise de « réflexes réfléchis », essentiellement procéduraux ;
- des tâches de transfert, selon une méthodologie apprise, qui comportent la dimension des connaissances conditionnelles : résoudre une situation contextualisée en identifiant, sélectionnant et ajustant les procédures.

À titre indicatif, il convient que les trois dimensions des processus soient prises en compte **chacune pour 25 % au moins**, et ce **pour l'ensemble des UAA d'une année**. Ce dispositif permet une adaptation selon les types d'élèves et les matières. Il évite de donner un poids démesuré à des carences partielles.

Il faut éviter que les épreuves ne comportent que des questions pointues. Dans ce cas, l'évaluation se fait par défaut et ne permet pas de repérer où en est l'élève ni de valoriser ce qu'il a acquis. Chaque évaluation doit comporter plusieurs questions dont les niveaux de difficultés diffèrent. Cette diversité s'entend sur l'ensemble **d'une année**.

Lorsque, dans une matière précise, le professeur dépasse les objectifs prévus par le programme, il doit veiller à ce que le temps qu'il y consacre ne porte pas préjudice à l'assimilation des autres matières par l'ensemble des élèves. **Ces dépassements ne peuvent pas intervenir dans les évaluations à valeur certificative.**

Des exemples d'outils d'évaluation sont validés par la Commission des Outils d'Évaluation et publiés sur le site WWW.ENSEIGNEMENT.BE. Ces outils :

- sont proposés à titre indicatif et visent à enrichir les pratiques de l'enseignant sans le contraindre ;
- concernent l'évaluation des compétences et des ressources nécessaires pour les atteindre ;
- évaluent les compétences en proposant la réalisation de tâches ;
- permettent de préciser le niveau attendu à tel moment du parcours scolaire de l'élève ;
- proposent une pondération entre les trois dimensions (connaître – appliquer – transférer), adaptée selon les visées spécifiques de l'UAA, selon les étapes et les moments du cursus d'apprentissage, et, le cas échéant, selon le profil de formation suivi par l'élève.

C'est sur la base de ces outils que

- le Service Général de l'Inspection est amené à évaluer le niveau de maîtrise visé et atteint au sein des établissements scolaires audités ;
- les chambres de recours, à l'encontre des décisions prononcées par les conseils de classe, apprécient la conformité des épreuves proposées par les établissements scolaires.

9. Mathématique et culture

L'impact des mathématiques dans les arts, la peinture, la musique, la géographie, la technologie, la science, l'économie, les sciences humaines, l'environnement, ... aide à mieux appréhender une société en évolution.

Les connaissances mathématiques, même très élémentaires, appartiennent à la culture : elles servent à exprimer la structure logique des choses et des phénomènes et sont par là un instrument du sens critique ; elles développent le goût des raisonnements qui allient la sobriété, l'intuition et la généralité, ou en termes plus brefs, des raisonnements élégants. L'enseignant doit donc porter une attention particulière à la portée culturelle des connaissances enseignées, c'est-à-dire la possibilité qu'on y trouve de développer le sens critique, le goût et le jugement.

Le terme culture² renvoie aussi aux conquêtes intellectuelles de nos ancêtres. Nous les avons reçues en héritage et nous en sommes redevables à nos descendants. Il ne faut pas laisser croire aux jeunes que les mathématiques sont un monument intemporel : il ne manque pas d'occasions de leur montrer que certaines des connaissances, aujourd'hui les plus familières, ont été acquises au prix de longs tâtonnements.

C'est en replongeant certaines notions fondamentales dans leur contexte historique que l'on peut espérer apporter une réponse à une question posée par de nombreux élèves « À quoi cela peut-il bien servir ? ». Il y a un certain réconfort pour l'élève à resituer ses propres difficultés dans une continuité historique : d'autres avant lui ont dû faire face à des problèmes, surmonter des défis ; ils y sont arrivés. Par ailleurs, les seuils épistémologiques que doit franchir l'élève pour acquérir un concept sont souvent ceux-là mêmes qui ont fait obstacle dans le passé³.

10. Mathématique et esprit critique

Être capable de raisonner, de justifier, de démontrer, d'argumenter est indispensable dans un monde en perpétuelle évolution. Dans une perspective d'apprentissage tout au long de la vie, il permet d'acquérir un esprit critique, une démarche scientifique et une faculté d'adaptation.

L'élève sera régulièrement invité à les exercer lors d'activités telles que

- comparer diverses méthodes de résolution ;
- tester les limites d'un modèle ;
- vérifier la pertinence des justifications ;
- prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat ;
- examiner la plausibilité d'une solution ;
- juger de la pertinence d'une information reçue ;
- envisager et croiser différents points de vue ;
- examiner les effets induits par la présentation de données ou de résultats ;
- ...

² Collectif, *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans*, CREM, 1995.

³ Collectif, *Pour une culture mathématique accessible à tous*, CREM, 2004.

11. Mathématique et citoyenneté

La compétence mathématique implique, à des degrés différents, la capacité et la volonté d'utiliser des modes mathématiques de pensée (réflexion logique et spatiale) et de représentation (formules, modèles, constructions, graphiques, diagrammes).

Au-delà de la connaissance des nombres, des mesures, des structures, des opérations fondamentales et des présentations mathématiques de base, l'élève devra développer une sensibilité aux problèmes auxquels les mathématiques peuvent apporter une solution.

Comme le souligne le cadre de référence européen⁴, un citoyen « doit avoir la capacité d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et plus tard au travail, et de suivre et d'évaluer les différentes étapes d'une argumentation. Un citoyen doit être en mesure d'adopter un raisonnement mathématique, de comprendre une démonstration mathématique et de communiquer en langage mathématique, ainsi que d'employer des aides appropriées. »

⁴ Compétences-clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie – Cadre de référence européen, Journal officiel de l'Union européenne, 30-12-2006.

PROGRAMME DE 3^e ANNÉE

Les figures isométriques et les figures semblables

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

MOBILISER DES PROPRIÉTÉS DE TRIANGLES ISOMÉTRIQUES, DE TRIANGLES SEMBLABLES.

EXPLOITER DES CONFIGURATIONS DE THALÈS.

DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure.
- Rédiger, argumenter, structurer, démontrer.
- Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures.
- Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique.
- Utiliser la calculatrice.
- Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, l'exploration des propriétés de figures est axée sur la recherche et la construction de figures superposables :

- les isométries installent des structures visuelles de reconnaissance ;
- la construction de figures amène la description de leurs propriétés, la distinction entre définition et propriétés, ainsi que la mise en place de « conditions minimales » ;
- des propriétés sont découvertes par des enchaînements déductifs et constituent une initiation à la justification.

Une première approche des projections parallèles est mise en place. Elle constitue un support intuitif pour la notion d'égalité entre des rapports.

L'observation ou la construction de figures semblables (agrandissements ou réductions) sert de contexte pour utiliser un tableau de proportionnalité et élargir la notion d'échelle.

OÙ VA-T-ON ?

L'élève dépasse le stade de l'observation et de la justification et aborde la démonstration de conjectures géométriques.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Angle inscrit, angle au centre dans un cercle.</p> <p>Figures isométriques.</p> <p>Cas d'isométrie des triangles.</p>	<p>La propriété liant angles inscrits et angle au centre est établie à partir de notions rencontrées au premier degré : somme des angles d'un triangle, angles supplémentaires, angle extérieur d'un triangle. Les problèmes liés à l'arc capable, à l'angle tangentiel ou à la caractérisation d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont des applications intéressantes de l'angle inscrit.</p> <p>Les cas d'isométrie sont établis au départ de la recherche de conditions déterminantes d'une figure. À savoir, pour les triangles, la recherche de données minimales qui permettent de construire un triangle isométrique à un triangle donné.</p> <p>Des applications relatives aux égalités de longueurs de segments et d'amplitudes d'angles permettent d'utiliser les cas d'isométrie et/ou les propriétés des isométries.</p>
<p>Théorème de Thalès (sans démonstration) et sa réciproque.</p> <p>Configurations de Thalès.</p> <p>Figures semblables.</p> <p>Cas de similitude des triangles (y compris le cas des triangles à côtés parallèles).</p>	<p>Les égalités de rapports de longueurs de segments dans un faisceau de droites parallèles coupées par deux sécantes sont envisagées comme une projection parallèle d'une droite sur une droite. Il est important de reconnaître spontanément les configurations de Thalès. On applique les propriétés de la projection parallèle aux configurations triangulaires.</p> <p>Projections parallèles et similitudes conduisent à manipuler des égalités de rapports. Deux propriétés des proportions trouvent ici une illustration géométrique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la conversion d'une égalité entre deux rapports en une égalité entre deux produits et réciproquement ; - la permutation des moyens et des extrêmes dans une proportion. <p>On traite au moins les problèmes suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> - construction de la quatrième proportionnelle ; - partage d'un segment en n parties égales ; - quadrilatère déterminé par les milieux des côtés d'un quadrilatère convexe quelconque. <p>Deux polygones (quadrilatères, triangles, ...) semblables sont caractérisés par l'égalité des angles qui se correspondent et la proportionnalité des côtés homologues. L'élève recherche des données minimales qui permettent de construire un polygone semblable à un polygone donné.</p>

	<p>La notion de figures semblables est reliée à l'idée intuitive d'agrandissement (ou de réduction). Les cas où les figures se présentent dans la position de « figures homothétiques » sont particulièrement éclairants à cet égard et permettent de montrer la filiation entre les propriétés des projections parallèles et celles de la similitude.</p> <p>Les cas de similitude des triangles peuvent être établis comme applications de configurations de Thalès et des cas d'isométries. L'élève ne peut se contenter d'un codage du type « côté-angle-côté » (ou CAC). La justification de la similitude de deux figures doit être exprimée par une argumentation précise qui nomme les angles et les côtés utiles.</p>
<p>Outils logiques (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - implication (condition nécessaire, suffisante) ; - équivalence ; - réciproque. 	<p>On met l'accent sur le passage du langage courant au symbolisme mathématique et sur l'utilisation correcte des connecteurs logiques (implication et équivalence). On distingue une proposition de sa réciproque.</p>

<p>PROCESSUS</p> <p>CONNAÎTRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Établir les liens entre des angles interceptant le même arc de cercle. • Reconnaître des triangles isométriques et justifier à l'aide du cas d'isométrie adéquat. • Reconnaître et justifier une configuration de Thalès ; en déduire des égalités de rapports. • Reconnaître des triangles semblables et justifier à l'aide du cas de similitude adéquat. • Tirer une conclusion sur des figures géométriques à partir d'une égalité de rapports. <p>APPLIQUER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calculer des amplitudes d'angles et justifier à partir des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle. • Calculer une longueur d'un segment à partir d'égalités de rapports. • Construire une figure à partir d'égalités de rapports. • Dégager des égalités de rapports à partir de triangles semblables. <p>TRANSFÉRER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Démontrer une propriété en utilisant des relations entre angles inscrits et angles au centre dans un cercle. • Démontrer que deux triangles sont isométriques pour en dégager une propriété. • Démontrer que deux triangles sont semblables pour en dégager une propriété/un résultat. • Résoudre un problème faisant appel aux triangles isométriques. • Résoudre un problème faisant appel aux triangles semblables.

Le triangle rectangle

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

MOBILISER LES PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE CALCUL OU DE CONSTRUCTION.

DÉMONTRER DES PROPRIÉTÉS.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- S'adapter à des notations variées et à des situations non prototypiques.
- Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée.
- Dégager les éléments essentiels d'un énoncé ou d'une figure.
- Rédiger, argumenter, structurer, démontrer.
- Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans les différentes cultures.
- Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique.
- Utiliser la calculatrice.
- Tester une conjecture à l'aide de l'outil informatique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Les deux aspects, tant géométrique que numérique du théorème de Pythagore trouvent des points d'ancrage au 1^{er} degré : la démonstration par puzzle a pu être préparée pour construire des expressions algébriques d'aires ou pour illustrer des produits remarquables.

Les droites remarquables du triangle sont définies et construites.

L'ensemble des nombres rationnels est construit par extensions successives de l'ensemble des nombres naturels.

OÙ VA-T-ON ?

Le théorème de Pythagore apporte un élément surprenant : le calcul d'une longueur doit passer par le calcul d'une aire et les nombres qui expriment de telles mesures ne peuvent pas, pour la plupart, s'écrire sous une forme connue. L'élève découvre de nouveaux nombres : des nombres irrationnels.

À l'issue de ce chapitre, les élèves disposent d'outils substantiels pour explorer les propriétés métriques de nombreuses figures planes. De plus, comme ils ont été initiés au premier degré à la représentation de solides, ils sont à même de transposer leurs acquis à des configurations spatiales dans la mesure où la solution du problème se construit entièrement dans un plan.

La notion de proportionnalité est utilisée pour caractériser une nouvelle famille de figures : les triangles rectangles semblables. C'est dans ce cadre que sont définis les nombres trigonométriques de l'angle aigu.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Théorème de Pythagore et sa réciproque.</p> <p>Médiane relative à l'hypoténuse.</p> <p>Inscriptibilité d'un triangle rectangle dans un demi-cercle.</p> <p>Propriétés métriques dans un triangle rectangle.</p> <p>Nombres irrationnels.</p>	<p>Les manières de découvrir et de démontrer le théorème de Pythagore à l'aide de puzzles sont multiples. La réciproque de ce théorème permet de caractériser un triangle rectangle. Sa démonstration peut être traitée comme application des cas d'isométrie des triangles.</p> <p>L'élève reconnaît qu'un triangle est rectangle par la propriété de la médiane relative à l'hypoténuse (sa longueur est la moitié de la longueur de l'hypoténuse).</p> <p>En calculant des longueurs au moyen du théorème de Pythagore, l'élève est confronté à l'existence de nouveaux nombres. Les opérations avec ceux-ci sont décrites dans l'unité des outils algébriques.</p> <p>L'élève traite au moins les problèmes suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> - construction aux instruments, d'un segment dont le carré de la longueur est un nombre naturel donné (segment de longueur unité étant donné) ; - calcul de la distance entre deux points (un repère orthonormé étant donné) ; - calcul de la longueur de la diagonale d'un rectangle, d'un cube, d'un parallélépipède ; - calcul de la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral. <p>Les propriétés métriques dans le triangle rectangle peuvent être démontrées à partir du théorème de Pythagore ou des propriétés des triangles semblables.</p>
<p>Trigonométrie.</p> <p>Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le triangle rectangle.</p>	<p>Dans le triangle rectangle, les sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu sont établis sous forme de rapports. Ceux-ci permettent de calculer une longueur ou un angle dans un triangle rectangle.</p>
<p>Nombres trigonométriques de 30°, 45° et 60°.</p> <p>Angle correspondant à une pente, à une inclinaison exprimée en %.</p>	<p>Les valeurs des nombres trigonométriques d'un angle aigu, l'angle aigu correspondant à un nombre trigonométrique sont calculés à l'aide d'une calculatrice. Les nombres trigonométriques correspondant à 30°, 45° et 60° sont déduits du demi-carré et du demi-triangle équilatéral.</p> <p>L'angle correspondant à une pente est calculé au moyen de la tangente, l'angle correspondant à une inclinaison est calculé au moyen d'un sinus. Les rapports sont exprimés en pourcents.</p>

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Outils logiques (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - réciproque, - implication, - équivalence, - négation, - contraposition. 	<p>Les concepts et méthodes de la logique ne font pas l'objet d'un cours spécifique.</p>

PROCESSUS
<p>CONNAÎTRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Démontrer le théorème de Pythagore et sa réciproque. • Distinguer réciproque et contraposée du théorème de Pythagore. • Transposer les propriétés du triangle rectangle dans des situations non prototypiques. • Reconnaître les conditions d'application des propriétés du triangle rectangle. • Établir une propriété métrique dans un triangle rectangle. • Établir les nombres trigonométriques dans des triangles rectangles particuliers (30°, 45° et 60°). <p>APPLIQUER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour vérifier qu'un triangle est rectangle. • Utiliser les propriétés métriques du triangle rectangle dans des calculs (longueur de segments), des problèmes de construction. • Calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé. • Construire un segment de longueur \sqrt{a} avec a naturel. <p>TRANSFÉRER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le théorème de Pythagore ou les propriétés métriques du triangle rectangle. • Résoudre un problème (calcul d'une longueur, construction) en utilisant le théorème de Pythagore et les propriétés métriques du triangle rectangle.

Approche graphique d'une fonction

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

RECHERCHER DES INFORMATIONS SUR DES FONCTIONS À PARTIR DE LEUR REPRÉSENTATION GRAPHIQUE.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Exploiter un graphique.
- Utiliser les opérateurs ensemblistes.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, les élèves situent des couples dans un repère cartésien. Le lien entre les ordonnées et les abscisses est décrit en langage courant (représentation verbale), par un tableau de mesures (représentation numérique) ou par une courbe (représentation graphique).

On met l'accent sur l'élaboration de relations entre deux variables dans le cadre de problèmes de dénombrement.

OÙ VA-T-ON ?

Une fonction s'appréhende sous forme d'un tableau, d'une formule ou d'un graphique. Dans cette première approche, l'élève étudie des **critères visuels** élémentaires sur l'unique base de l'observation du graphique. La formule ou la loi de calcul qui traduit la dépendance entre les deux variables ne doit pas être connue, ni exploitée ici.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Relation, fonction.</p> <p>Graphique d'une fonction.</p> <p>Variable dépendante, variable indépendante.</p> <p>Parties de \mathbb{R}.</p> <p>Éléments caractéristiques d'une fonction exclusivement à partir de son graphique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - domaine et ensemble-image ; - image d'un réel ; - zéro(s) ; - signe ; - croissance, décroissance ; - maximum local, minimum local. 	<p>L'observation de graphiques traduisant des situations concrètes permet de répondre à des questions posées en langage courant. Comme par exemple :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Quel timbre coller sur une lettre de cent-vingt grammes ? - Quelle gamme de poids puis-je couvrir avec un timbre de deux euros ? - Durant quels moments la température a-t-elle augmenté sur la journée ? - À quelle date a-t-il gelé ? - Après combien de kilomètres mon réservoir est-il vide ? - Quel est le meilleur vendeur ? - ... <p>De là, on introduit progressivement un vocabulaire mathématique précis et qui est défini dans un langage courant.</p> <p>Une relation entre un ensemble d'antécédents et un ensemble d'images est définie par une formule ou une propriété qui permet de déterminer les couples associés. Un antécédent peut avoir zéro ou plusieurs images.</p> <p>Une fonction est une relation où chaque antécédent a au plus une image. Placer une règle verticalement et la déplacer sur la représentation graphique d'une courbe définit une fonction comme une relation particulière.</p> <p>L'écriture du domaine et de l'ensemble-image de la fonction introduit la notion d'intervalle, comme partie simple de \mathbb{R}.</p> <p>La position des points de la courbe par rapport à l'axe horizontal permet l'écriture d'un tableau de signe de la fonction. La croissance et la décroissance, l'existence de maximums ou minimums locaux sont observés sur le graphique.</p> <p>Lorsque deux ou plusieurs courbes sont représentées sur un même graphique, on précise leur(s) intersection(s) éventuelle(s) et leurs positions relatives.</p>
<p>Outil logique (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - quantificateurs. <p>Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - union, - intersection, - différence. 	<p>Certaines de ces situations sont l'occasion de découvrir le sens du « pour tout » et du « il existe » sans pour cela s'attacher à un formalisme gratuit.</p> <p>L'union, l'intersection et la différence ensemblistes permettent de préciser rigoureusement des écritures plus complexes des ensembles rencontrés.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Distinguer graphiquement fonction et relation.
- Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d'un graphique contextualisé.
- Tracer le graphique d'une fonction et d'une relation non fonctionnelle.

APPLIQUER

À partir de graphiques de fonctions :

- Rechercher le domaine, l'ensemble-image et les points d'intersection du graphique de cette fonction avec les axes.
- Rechercher les points d'intersection des graphiques de deux fonctions.
- Écrire les parties de \mathbb{R} où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant.
- Déterminer les parties de \mathbb{R} où une fonction est croissante ou décroissante.
- Résoudre des équations et inéquations de type : $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$ (y compris lorsque g est une fonction constante).

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction.
- Tracer le graphique d'une fonction qui répond aux conditions données.

Premier degré

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

RECONNAÎTRE UNE SITUATION QUI SE MODÉLISE PAR UNE FONCTION DU PREMIER DEGRÉ.

TRAITER UN PROBLÈME QUI UTILISE DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Modéliser et résoudre des problèmes.
- Reconnaître le modèle affiné.
- Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, les élèves construisent point par point le graphique de relations exprimées en langage courant. En particulier, dans le cadre de l'observation et de la construction de tableaux de nombres, les élèves reconnaissent s'il s'agit ou non d'un tableau de proportionnalité. Ils résolvent des équations du premier degré dès la première année.

Dans la première approche graphique, l'élève installe durablement les concepts graphiques qui découlent de l'observation d'une courbe sans que la formule ou la loi de calcul qui traduit la dépendance entre les deux variables ne soit connue ou exploitée.

OÙ VA-T-ON ?

Les élèves vont établir le lien entre l'expression analytique de la fonction du premier degré et la droite oblique, entre l'expression analytique de la fonction constante et la droite horizontale.

Les fonctions constantes et les fonctions du premier degré rencontrées décrivent certains phénomènes de la vie courante.

Les situations choisies mènent à l'étude algébrique des fonctions, équations et inéquations du premier degré.

RESSOURCES
<p>Fonction du premier degré $x \rightarrow mx + p$ ($m \neq 0$).</p> <p>Fonction constante $x \rightarrow p$.</p> <p>Représentation graphique de la fonction du premier degré et de la fonction constante.</p> <p>Rôle des paramètres m et p.</p> <p>Caractéristiques de la fonction du premier degré et de la fonction constante :</p> <ul style="list-style-type: none"> - zéro, - signe, - croissance - décroissance.
<p>Inéquation du premier degré.</p> <p>Intersection de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.</p>
<p>Outils logiques (utilisation en contexte)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Connecteurs (et, ou) - Équivalence

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>On peut aborder la fonction du premier degré à partir de problèmes de tarification, de distance parcourue en fonction du temps, ...</p> <p>On établit des tableaux de nombres, des formules et des graphiques. On montre comment passer d'une de ces représentations aux autres, tout en attirant l'attention sur le modèle de croissance.</p> <p>La proportionnalité des accroissements de x et de y éclaire le rôle de m dans la fonction $x \rightarrow mx + p$. On observe que la fonction du premier degré est caractérisée par un taux d'accroissement constant qui peut être justifié au moyen de triangles semblables et/ou déduit du tableau de nombres. On relie le signe de m à la croissance ou décroissance de la fonction.</p> <p>La translation qui permet de passer du graphique de la fonction $x \rightarrow mx$ au graphique de la fonction $x \rightarrow mx + p$ explique le rôle de p.</p>
<p>Lorsque deux fonctions du premier degré (ou constantes) sont représentées sur un même graphique, on détermine leur intersection et on la vérifie algébriquement.</p> <p>Lorsque deux fonctions du premier degré (ou constantes) sont représentées sur un même graphique, on détermine leurs positions relatives ce qui amène à la résolution graphique et algébrique d'inéquations du type $f(x) > g(x), f(x) < g(x)$</p>
<p>Les problèmes que l'on résout en passant par une équation, une inéquation ou un système d'équations et l'expression de leur solution nécessitent d'utiliser correctement les connecteurs logiques.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Associer tableau de nombres – graphique – expression analytique.
- Identifier les paramètres m et p dans un tableau de nombres, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique.

APPLIQUER

- Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante.
- Déterminer les paramètres m et p d'une fonction répondant à certaines conditions.
- Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante.
- Vérifier l'appartenance d'un point du plan au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante.
- Déterminer algébriquement et graphiquement le point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.
- Résoudre une inéquation du premier degré.

TRANSFÉRER

- Traduire une situation contextualisée par une fonction, une équation ou une inéquation du premier degré.
- Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré.

Les outils algébriques

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

MAITRISER DES OUTILS ALGÈBRIQUES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Acquérir les techniques algébriques pour traiter diverses situations.
- Communiquer en respectant la syntaxe de la logique mathématique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, les élèves placent progressivement les naturels, les fractions, les négatifs, les décimaux sur une droite graduée munie d'une origine. L'encadrement est utilisé pour cerner les fractions en tant que nouveaux nombres. La notation scientifique est introduite dans le cadre du calcul de puissances entières d'un naturel.

En algèbre, les élèves utilisent la lettre comme variable dans des contextes géométriques et arithmétiques. Ils l'utilisent comme inconnue pour résoudre une équation. Ils justifient les étapes de résolution d'équations en évoquant les principes d'équivalence utilisés.

Par ailleurs, ils utilisent l'inégalité triangulaire pour répondre à des questions de constructibilité des triangles.

OÙ VA-T-ON ?

Les ressources de cette unité concernant les équations, les puissances (à exposant entier) et les racines (carrées et cubiques) doivent être **articulées**, voire intégrées dans les autres unités du programme.

Ainsi en va-t-il par exemple :

- de la résolution d'inéquations ou de systèmes d'équations associés au premier degré ;
- des propriétés des radicaux d'indice 2 introduits dans le contexte du théorème de Pythagore.

Le calcul sur les polynômes à une variable fait l'objet d'un traitement séparé.

Les élèves doivent apprendre à simplifier et à rendre rationnelles des expressions numériques. Ils ne doivent traiter qu'occasionnellement des dénominateurs écrits sous la forme d'une somme de deux termes dont l'un (au moins) est un irrationnel. Les calculs numériques avec des radicaux conduisent à revoir la distributivité, la mise en évidence, la réduction de termes semblables, les produits remarquables et les règles de priorité.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Principes d'équivalence des inégalités. Équations impossible et indéterminée. Règle du produit nul. Équation produit. Système d'équations linéaires.</p>	<p>Les principes d'équivalence des inégalités sont formulés pour justifier les étapes de résolution d'inéquations du premier degré.</p> <p>Les problèmes relatifs au premier degré peuvent déboucher sur des équations impossibles ou indéterminées.</p> <p>Pour résoudre un système de deux équations à deux inconnues, on le ramène à la forme $\begin{cases} y = mx + p \\ y = m'x + p' \end{cases}$.</p> <p>La méthode de comparaison est bien adaptée à l'écriture des fonctions du premier degré bien qu'elle ne soit pas toujours la plus simple.</p>
<p>Puissances à exposant entier. Racines carrées et cubiques.</p>	<p>Les règles de calcul des puissances à exposant entier peuvent être découvertes à partir de la notation scientifique, de suites de puissances ou d'extensions de la règle du quotient de deux puissances de même base à exposants naturels.</p> <p>Les calculs portent principalement sur des expressions numériques.</p> <p>Les mesures irrationnelles découvertes dans le cadre de la relation de Pythagore posent le problème de leur écriture dans le système décimal. On montre à propos de $\sqrt{2}$ que le décimal limité établi par encadrements successifs ou affiché par une calculatrice, n'est pas la valeur exacte.</p> <p>On utilise, dans un cadre exclusivement numérique, les formules de la racine carrée positive d'un produit et d'un quotient.</p>
<p>Polynômes à une variable</p> <ul style="list-style-type: none"> - degré, - coefficients, - opérations. <p>Loi du reste. Factorisation. Fractions rationnelles.</p>	<p>La calculatrice est utile pour calculer des valeurs numériques de polynômes.</p> <p>On effectue, on ordonne et on réduit la somme et le produit de deux polynômes.</p> <p>On utilise la relation $D(x) = d(x)q(x) + r(x)$ pour modifier l'écriture d'un polynôme.</p> <p>La factorisation de polynômes est au service de la simplification de fractions rationnelles et de la résolution d'équations-produits.</p> <p>Lorsqu'on peut conjecturer la présence d'un facteur $(x - a)$ au numérateur ou au dénominateur d'une fraction rationnelle ou dans une équation, on mettra en place une méthode de factorisation adaptée.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Justifier les différentes étapes d'une résolution d'équation ou d'inéquation.
- Écrire l'égalité traduisant la division d'un polynôme par un autre.
- Reconnaître qu'un polynôme est divisible par $(x - a)$ sans effectuer la division.

APPLIQUER

- Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues.
- Calculer une valeur numérique d'un polynôme.
- Déterminer les conditions d'existence de fractions rationnelles et les simplifier.
- Résoudre une équation contenant des fractions rationnelles.
- Modifier la forme d'une expression algébrique dans le but de résoudre une équation ou de simplifier une fraction.

TRANSFÉRER

- Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'un système d'équations.
- Résoudre un problème mobilisant la notation scientifique.

PROGRAMME DE 4^e ANNÉE

Statistique descriptive à une variable

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

À PARTIR D'INFORMATIONS COLLECTÉES DANS LES MÉDIAS, DE RÉSULTATS DE SIMULATIONS OU D'EXPÉRIENCES,

- CHOISIR, ÉTABLIR UNE REPRÉSENTATION GRAPHIQUE PERTINENTE ;
- DÉTERMINER DES INDICATEURS UTILES POUR ÉCLAIRER UNE SITUATION DONNÉE ;
- INTERPRÉTER ET RELATIVISER LA PORTÉE D'INFORMATIONS GRAPHIQUES OU NUMÉRIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Organiser et synthétiser des informations.
- Développer l'esprit critique.
- Utiliser l'outil informatique dans l'analyse et la présentation des résultats.
- Décoder les informations statistiques issues de divers contextes.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, les représentations de données (tableau recensé, diagramme en bâtonnets, diagramme circulaire) sont construites et interprétées en rapport avec le contexte.

OÙ VA-T-ON ?

On met en place les valeurs centrales, on apprend à les choisir et à les interpréter en fonction du contexte, à en relativiser la portée en prenant en considération l'un ou l'autre indice de dispersion.

Les tableaux et graphiques de fréquences cumulées sont utilisés non seulement pour déterminer l'intervalle et l'écart interquartiles, mais aussi pour interpréter concrètement les expressions « au moins, au plus, ... » concernant les populations étudiées. Toutes les matières de ce chapitre se prêtent à l'utilisation des logiciels ou de calculatrices graphiques.

En 4^e année, l'élève est confronté à la statistique à une variable. La statistique à deux variables est abordée en 5^e année à travers la régression linéaire et la corrélation.

RESSOURCES
<p>Population et échantillon.</p> <p>Caractères qualitatif et quantitatif.</p> <p>Caractères discret et continu.</p> <p>Classes de données, centre de classe.</p> <p>Effectifs et fréquences cumulés.</p>
<p>Indicateurs de position : mode, moyenne arithmétique, médiane, quartiles.</p> <p>Indicateurs de dispersion : étendue, variance, écart-type, intervalle interquartile.</p> <p>Inégalité de Tchebychev (sans démonstration).</p>
<p>Graphiques statistiques : boîte à moustaches, histogramme et diagrammes cumulatifs.</p>
<p>Fonctions statistiques et graphiques d'un logiciel (ordinateur, tablette ou calculatrice).</p>

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Au départ d'enquêtes sur des questions d'intérêt collectif, d'actualité, d'économie, de sciences humaines ou encore liées à l'orientation des élèves, on réalise des représentations graphiques qui permettent de comparer et d'interpréter les résultats collectés. Il est recommandé de traiter dans cet esprit des données récoltées auprès des élèves.</p> <p>On interprète des tableaux statistiques, des diagrammes et des graphiques directement issus des médias.</p>
<p>Les significations des différentes valeurs centrales sont dégagées des situations traitées. Dans le cadre d'un caractère continu, la médiane et les quartiles sont positionnés et estimés à partir du polygone des effectifs ou des fréquences cumulés. On précise l'estimation par interpolation linéaire.</p> <p>On montre que les paramètres de dispersion relativisent les paramètres de position. On interprète l'écart-type en lien avec l'inégalité de Tchebychev (aussi appelée inégalité de Bienaymé) : la proportion de données s'écartant de la moyenne de plus de k fois ($k > 1$), l'écart-type est inférieure à $\frac{1}{k^2}$. Ce résultat ne sera énoncé et utilisé qu'en situation.</p> <p>Les formules peuvent être écrites en utilisant le signe de sommation (Σ). Néanmoins, la manipulation de ce symbole dans des transformations de formules n'est pas un objectif du programme.</p>
<p>On opère des choix pertinents sur le type de représentation graphique, l'échelle des axes et les valeurs centrales.</p> <p>La boîte à moustaches (aussi appelée diagramme en boîte, boîte de Tukey ou box plot) est un moyen rapide de représenter le profil essentiel d'une série statistique quantitative à partir des quartiles.</p>
<p>Le recours à la calculatrice ou à des logiciels appropriés doit être aussi systématique que possible. Il est souhaitable que l'élève conjugue une aisance dans la manipulation de la calculatrice pour les situations de la vie courante avec une bonne estimation des ordres de grandeur. On utilise le plus souvent possible un tableur et on pose des questions à partir de diagrammes déjà réalisés.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Expliquer le vocabulaire statistique.
- Identifier les différents types de caractères statistiques et décrire les informations graphiques et numériques qui peuvent y être associées.
- Expliquer pour quels usages sont requis les indicateurs de position et/ou de dispersion.

APPLIQUER

- Calculer ou estimer les indicateurs de position et de dispersion et les positionner sur un graphique.
- Construire différents graphiques statistiques.
- Extraire une information de graphiques et de tableaux statistiques.
- Utiliser l'inégalité de Tchebychev.

TRANSFÉRER

- Choisir un support graphique, une valeur centrale, un indice de dispersion pour étudier une situation.
- Critiquer des informations graphiques, numériques, textuelles, ...
- Commenter des informations fournies sur un même sujet par différents supports.
- Interpréter un résultat obtenu en lien avec le caractère étudié et le contexte.

Géométrie dans l'espace

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

VISUALISER DANS L'ESPACE DES OBJETS À PARTIR DE LEURS REPRÉSENTATIONS PLANES.

CONSTRUIRE DES REPRÉSENTATIONS PLANES D'OBJETS.

JUSTIFIER DES CONSTRUCTIONS.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Visualiser dans l'espace.
- Décoder des représentations planes d'objets de l'espace.
- Justifier et raisonner.
- Utiliser des logiciels de géométrie dynamique.
- Tracer avec précision.
- Dégager des constructions mathématiques dans une œuvre d'art.

D'OÙ VIENT-ON ?

On associe un solide à ses représentations planes : les développements, les vues coordonnées, les traces et la représentation en perspective cavalière. Ces observations servent de contexte pour parler des points, des droites, des plans, des angles, ...

L'apport de certains logiciels permet aux élèves de mieux visualiser les différentes représentations planes d'un objet.

OÙ VA-T-ON ?

Les problèmes de construction sur des représentations planes constituent à la fois un aboutissement et un fondement dans l'initiation à la géométrie dans l'espace : d'une part, une certaine maîtrise de la vision de l'espace et une habileté en dessin sont acquises, et d'autre part, les intuitions indispensables à une formation mathématique ultérieure sont mises en place.

Il s'agit de consolider les acquis du premier degré en disposant d'un outil de représentation pour l'incidence et le parallélisme. On construit aussi un ensemble de définitions et de propriétés permettant de justifier les constructions de points de percée et de sections planes.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Représentation plane d'un objet de l'espace.</p> <p>Comparaison entre perspectives cavalière et centrale.</p> <p>Propriétés utiles aux constructions des points de percée et des sections planes.</p>	<p>La comparaison entre les perspectives cavalière et centrale peut être illustrée à partir de questions relatives à l'ombre au soleil et à la lampe afin de mettre en évidence des invariants.</p> <p>Les problèmes de construction des points de percée et des sections planes servent à relever les propriétés d'incidence et de parallélisme de droites et de plans. L'orthogonalité est abordée en 5^e année.</p> <p>On distingue construction d'une section plane et justification de cette construction.</p>
<p>Caractérisation d'une droite et d'un plan.</p> <p>Positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.</p>	<p>On établit une synthèse des résultats acquis d'une part, pour caractériser un plan et une droite (axiomes et définitions), et d'autre part, pour préciser les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan (définitions et critères).</p> <p>Les démonstrations des critères de parallélisme permettent d'illustrer la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante et fournissent l'occasion de pratiquer des techniques de démonstration.</p>
<p>Outil logique (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - implication. <p>Vocabulaire ensembliste (utilisation en contexte) :</p> <ul style="list-style-type: none"> - appartenance, - inclusion, - intersection. 	<p>Les concepts et méthodes de la logique de même que le vocabulaire ensembliste ne font pas l'objet d'un cours spécifique.</p>

PROCESSUS
<p>CONNAITRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Repérer les positions relatives de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan. <p>APPLIQUER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Représenter dans un plan un objet de l'espace. • Construire un point de percée. • Construire une section plane. <p>TRANSFÉRER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Justifier la construction d'un point de percée, d'une section plane. • Vérifier la coplanarité de points, de droites. • Construire l'ombre d'un objet. • Interpréter une représentation plane d'un objet de l'espace.

Trigonométrie

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

GÉNÉRALISER LA NOTION DE NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUES D'UN ANGLE.

RÉSOLVRE DES PROBLÈMES EN UTILISANT DES OUTILS TRIGONOMÉTRIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser la calculatrice.
- Vérifier la plausibilité d'un résultat.
- Prendre conscience de la diversité des outils et en choisir un de manière raisonnée.
- Mobiliser dans d'autres disciplines les concepts installés.
- Situer les apports mathématiques dans l'histoire et dans différentes cultures.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3^e année, la notion de proportionnalité a été utilisée pour caractériser une nouvelle famille de figures : les triangles rectangles semblables. Les sinus, cosinus et tangente de l'angle aigu sont définis comme rapports de longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.

Les nombres trigonométriques correspondant à 30°, 45° et 60° sont déduits d'un demi-carré et d'un demi-triangle équilatéral.

OÙ VA-T-ON ?

La résolution de triangles quelconques fait apparaître des nombres trigonométriques d'angles dont l'amplitude est comprise entre 0° et 180°. L'exploration du cercle trigonométrique permet une visualisation des nombres trigonométriques de ces angles.

La calculatrice est un outil indispensable.

Le radian, les nombres trigonométriques d'un réel et les fonctions trigonométriques seront étudiés en 5^e année dans les orientations « mathématiques générales » et « mathématiques pour scientifiques ».

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Définition du sinus, cosinus et tangente d'un angle dans le cercle trigonométrique.</p> <p>Relations principales</p> $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ et } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}.$	<p>Les définitions des nombres trigonométriques sont étendues à des angles dont l'amplitude est comprise entre 90° et 180° en les situant dans le cercle trigonométrique.</p>
<p>Formule de l'aire d'un triangle quelconque.</p> <p>Relation des sinus.</p> <p>Théorème d'Al Kashi.</p>	<p>La relation des sinus (ou règle des sinus), le théorème d'Al Kashi (ou règle des cosinus) dans un triangle quelconque se construisent en considérant les triangles rectangles obtenus en traçant des hauteurs du triangle initial.</p> <p>La formule « $\frac{1}{2}ab \sin \gamma$ » de l'aire d'un triangle quelconque procède d'une construction similaire.</p> <p>La formule de l'aire de Héron n'est pas spécifiquement demandée, mais elle est historiquement intéressante.</p>

PROCESSUS
<p>CONNAITRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Représenter sur un cercle trigonométrique un point correspondant à un angle ainsi que ses nombres trigonométriques. • Établir le lien entre triangles semblables et nombres trigonométriques. • Interpréter géométriquement les relations principales. <p>APPLIQUER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calculer l'amplitude d'un angle avec calculatrice. • Calculer la longueur d'un côté d'un triangle avec calculatrice. • Calculer l'aire d'un triangle avec calculatrice. <p>TRANSFÉRER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utiliser les relations trigonométriques pour traiter une application géométrique, topographique, physique, ... • Calculer une distance inaccessible dans le plan ou dans l'espace.

Fonctions de référence

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

S'APPROPRIER DIFFÉRENTS MODÈLES FONCTIONNELS.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Utiliser la calculatrice graphique et/ou un outil informatique.
- Reconnaître les fonctions de référence dans d'autres contextes.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3^e année, une première approche des fonctions permet d'extraire et de communiquer des informations relatives à la fonction sur base de sa représentation graphique. La formule ou la loi de calcul qui traduit la dépendance entre les deux variables n'est pas exploitée.

La fonction du premier degré $x \rightarrow mx + p$ fait l'objet d'une étude approfondie. Les notions de domaine et d'ensemble-image sont connues.

OÙ VA-T-ON ?

L'élève se constitue un répertoire de fonctions de référence. Il en connaît les principales caractéristiques graphiques et utilise un vocabulaire adéquat.

Les transformées de fonctions de référence lui permettent d'engendrer des familles de fonctions.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Représentations graphiques des fonctions de référence :</p> <ul style="list-style-type: none"> - $x \rightarrow x$ - $x \rightarrow \frac{1}{x}$ - $x \rightarrow x^2$ - $x \rightarrow x^3$ - $x \rightarrow x$ - $x \rightarrow \sqrt{x}$ - $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ <p>Croissance, décroissance, extrémums sur un intervalle.</p> <p>Parité.</p> <p>Caractéristiques graphiques des fonctions de référence :</p> <ul style="list-style-type: none"> - asymptote ; - point d'inflexion ; - relation de réciprocité ; 	<p>Les représentations graphiques des fonctions de référence seront construites progressivement à partir de quelques points bien choisis.</p> <p>L'utilisation d'un calcul, d'une table ou d'un logiciel permet de comparer entre elles certaines fonctions de référence :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la fonction cubique $x \rightarrow x^3$ et la fonction carrée $x \rightarrow x^2$; - la fonction racine cubique $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$ et la fonction racine carrée $x \rightarrow \sqrt{x}$; - la fonction carrée $x \rightarrow x^2$ et la fonction racine carrée $x \rightarrow \sqrt{x}$; - la fonction cubique $x \rightarrow x^3$ et la fonction racine cubique $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$. <p>Le recours à l'outil informatique permet également d'aborder certaines relations de réciprocité en observant les positions relatives des courbes ou de parties de courbes.</p> <p>La croissance et la décroissance sont observées sur le graphique. On en déduit l'existence éventuelle d'image $f(c)$ extrême sur une partie du domaine de la fonction. Ces notions sont définies de manière formelle.</p> <p>Les définitions des fonctions paires et impaires sont reliées à la symétrie des graphiques.</p> <p>Le sens de la concavité et les éventuels points d'inflexion sont observés sur les graphiques.</p> <p>Les asymptotes s'observent sur les représentations graphiques données par les calculatrices ou les logiciels.</p>
<p>Transformées de fonctions par :</p> <ul style="list-style-type: none"> - symétrie orthogonale ; - translation ; - affinité. 	<p>En se limitant à des valeurs simples de k, et en recourant à un outil informatique, on montre que :</p> <ul style="list-style-type: none"> - les symétries orthogonales $f(-x)$ et $-f(x)$; - les translations $f(x) + k$ et $f(x + k)$; - les affinités $kf(x)$ et $f(kx)$; <p>sont des transformations qui engendrent de nouvelles fonctions dont les graphiques conservent certaines propriétés du graphique des fonctions de référence.</p>

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
	<p>On peut aussi montrer qu'il est possible de transformer un graphique sans modifier la courbe tracée, mais en effectuant un changement de repère.</p> <p>L'utilisation d'une calculatrice graphique, d'un tableur ou d'un logiciel permet :</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'illustrer les transformations graphiques ; - de montrer de manière dynamique les représentants d'une famille de fonctions.

PROCESSUS
<p>CONNAITRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tracer le graphique d'une fonction de référence. • Associer un type de fonction de référence à une situation donnée. • Identifier la relation de réciprocity qui unit les fonctions $x \rightarrow x^2$ et $x \rightarrow \sqrt{x}$, $x \rightarrow x^3$ et $x \rightarrow \sqrt[3]{x}$. • Interpréter graphiquement les définitions de croissance, décroissance, extrémum, parité. <p>APPLIQUER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apparier des graphiques de transformées de fonctions de référence et des expressions analytiques et justifier. • Trouver l'expression analytique d'une transformée d'une fonction de référence à partir de son graphique. • Tracer le graphique d'une transformée d'une fonction de référence. • Résoudre algébriquement et graphiquement des équations du type $f(x) = k$ où f est une transformée d'une fonction de référence. <p>TRANSFÉRER</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modéliser une situation par une transformée d'une fonction de référence pour en tirer des informations.

Deuxième degré

COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

RÉSOUTRE DES PROBLÈMES, Y COMPRIS D'OPTIMISATION, SE MODÉLISANT PAR UNE ÉQUATION, UNE INÉQUATION OU UNE FONCTION DU DEUXIÈME DEGRÉ.

ASSOCIER GRAPHIQUES ET EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DU DEUXIÈME DEGRÉ.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Modéliser et résoudre des problèmes.
- Critiquer un résultat.
- Communiquer et présenter des résultats.
- Reconnaître le modèle quadratique.
- Articuler les différents registres de représentation sémiotique d'une fonction.

D'OÙ VIENT-ON ?

En 3^e année, l'élève a résolu des problèmes en utilisant des fonctions, des équations, des inéquations ou des systèmes du premier degré. Il a résolu certaines équations du deuxième degré par la règle du produit nul.

Selon le parcours choisi en 4^e année, l'élève a déjà rencontré la fonction de référence $x \rightarrow x^2$ (UAA fonctions de référence) ou la parabole $y = x^2$.

OÙ VA-T-ON ?

La fonction du deuxième degré $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ est étudiée à partir des manipulations de la fonction $x \rightarrow x^2$.

C'est donc l'occasion de rencontrer une nouvelle famille de fonctions et de résoudre des problèmes d'optimisation, de modélisation, issus de la vie courante.

Ce chapitre se prête à l'utilisation de logiciels graphiques, de tableurs ou de calculatrices graphiques.

RESSOURCES	DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Fonction du deuxième degré.</p> <p>Caractéristiques de la fonction du deuxième degré :</p> <ul style="list-style-type: none"> - zéro ; - signe ; - croissance, décroissance ; - extrémum. <p>Caractéristiques de la parabole d'axe vertical :</p> <ul style="list-style-type: none"> - sommet ; - axe de symétrie ; - concavité. 	<p>On transforme l'expression $ax^2 + bx + c$ pour obtenir $a(x - \alpha)^2 + \beta$. Ce changement d'écriture permet de déduire la représentation graphique de $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ de celle de $x \rightarrow x^2$.</p> <p>Il est intéressant de faire découvrir la proportionnalité des accroissements seconds d'une fonction du deuxième degré.</p> <p>La calculatrice (graphique, si possible) et des logiciels appropriés (tableur, ...) sont utilisés au mieux : ils permettent de relier explicitement les trois facettes du triplet « Tableau – Graphique – Formule ». La recherche graphique des zéros d'une fonction du deuxième degré ou de son extrémum, la résolution graphique de systèmes d'équations à deux inconnues complètent les résultats théoriques : ce sont des occasions d'expérimentations (numériques et graphiques) riches de sens.</p> <p>La cohérence entre les résultats algébriques et les observations graphiques doit être exercée et valorisée.</p>
<p>Équations et inéquations du deuxième degré.</p> <p>Somme et produit des solutions de l'équation du deuxième degré.</p> <p>Forme factorisée du trinôme du deuxième degré.</p>	<p>La recherche des zéros de la fonction conduit aux formes factorisées du trinôme du second degré. L'étude du signe de la fonction est faite à partir de graphiques. C'est à ces occasions qu'on introduit la résolution de l'équation et de l'inéquation du deuxième degré. L'élève utilise la calculatrice lorsque les coefficients le nécessitent. Produit et somme des zéros servent à vérifier les résultats obtenus lors de la recherche des solutions de l'équation du deuxième degré.</p> <p>Lors de la résolution des équations, on évite le recours systématique au calcul du discriminant lorsque d'autres stratégies peuvent être utilisées.</p> <p>On traite des problèmes de modélisation et d'optimisation qui mènent à des équations ou à des fonctions du deuxième degré. Ces problèmes doivent privilégier des situations relevant de domaines physiques, économiques ou géométriques.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Lier les diverses écritures de la fonction du deuxième degré avec certaines caractéristiques de la fonction ou de son graphique :
 - $x \rightarrow ax^2 + bx + c$
 - $x \rightarrow a(x - \alpha)^2 + \beta$
 - $x \rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Interpréter graphiquement les solutions d'une équation ou d'une inéquation du deuxième degré.

APPLIQUER

- Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du deuxième degré.
- Associer l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré à son graphique et réciproquement.
- Construire l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré à partir de son graphique et réciproquement.
- Déterminer les caractéristiques d'une fonction du deuxième degré.
- Déterminer l'expression analytique d'une fonction du deuxième degré répondant à des conditions données.

TRANSFÉRER

- Modéliser et résoudre un problème d'optimisation.
- Modéliser et résoudre des problèmes issus de situations diverses.

Géométrie analytique plane

COMPÉTENCE À DÉVELOPPER

TRADUIRE ANALYTIQUEMENT DES PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES.

STRATÉGIES TRANSVERSALES

- Construire une démarche de pensée.
- Utiliser des logiciels de géométrie dynamique.

D'OÙ VIENT-ON ?

Au 1^{er} degré, les élèves situent des couples dans un repère cartésien et y représentent des ensembles de points. La relation entre les ordonnées et les abscisses est décrite en langage courant, par un tableau ou par un graphique. On étudie l'effet d'une translation ou d'une symétrie sur les coordonnées d'un point.

En 3^e année, aux coordonnées dans un système d'axes, aux translations (ou changements de position) et aussi aux caractéristiques du parallélogramme, s'ajoutent les propriétés des projections parallèles (théorème de Thalès) et celles de l'alignement. Cet alignement est traduit au moyen d'une fonction du premier degré.

Le calcul de la distance entre deux points dans un repère orthonormé est établi comme application du théorème de Pythagore.

Au cours de physique, les élèves manipulent des vecteurs pour modéliser les forces.

OÙ VA-T-ON ?

La géométrie analytique est une approche de la géométrie dans laquelle tous les objets géométriques tels que la droite, le cercle et la parabole sont associés à des familles d'équations et sont décrits à l'aide de coordonnées dans un repère.

La définition de la droite vue en 3^e année dans un cadre fonctionnel est ici élargie dans un cadre géométrique.

RESSOURCES
<p>Vecteurs.</p> <p>Addition de deux vecteurs.</p> <p>Multiplication d'un vecteur par un réel.</p> <p>Vecteurs colinéaires.</p> <p>Repère orthonormé.</p> <p>Composantes d'un vecteur.</p>
<p>Vecteur directeur d'une droite.</p> <p>Équations vectorielle, paramétriques et cartésienne d'une droite.</p> <p>Droite d'équation $ax + by + c = 0$.</p>
<p>Coefficient angulaire d'une droite.</p> <p>Condition de parallélisme et de perpendicularité de deux droites.</p> <p>Distance entre un point et une droite.</p> <p>Milieu d'un segment.</p>

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Le vecteur est associé à un changement de position, à un couple de nombres ou encore à un bipoint (segment orienté). On peut également évoquer les contextes physiques pour introduire le point de vue mathématique.</p> <p>On constate l'absence du point d'application comme caractéristique du vecteur, tel qu'utilisé dans la théorie des forces en physique.</p> <p>On fait le lien entre les propriétés de l'addition des vecteurs et l'addition des couples de réels au moyen de configurations de parallélogrammes. Le produit d'un vecteur par un réel est interprété au moyen de configurations de Thalès.</p>
<p>Les vecteurs permettent de traduire l'alignement de points, ce qui mène à l'écriture de l'équation vectorielle de la droite. Les équations paramétriques et l'équation cartésienne en découlent. Les vecteurs permettent aussi d'exprimer la condition de parallélisme et de calculer les coordonnées du milieu d'un segment.</p>
<p>La condition de perpendicularité de deux droites se ramène à la perpendicularité de vecteurs directeurs exprimée analytiquement par application du théorème de Pythagore ou des coordonnées d'un point image par une rotation de 90°. On peut conjecturer la condition de perpendicularité en ayant recours à un logiciel de géométrie dynamique.</p> <p>On étudie l'équation cartésienne de la droite vérifiant certaines conditions :</p> <ul style="list-style-type: none"> - passant par un point et de coefficient angulaire donné ; - passant par un point et parallèle à une droite donnée ; - passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée ; - passant par deux points ; - passant par un point et formant un angle donné avec l'axe horizontal. <p>On peut aussi :</p> <ul style="list-style-type: none"> - vérifier si des droites sont parallèles ou perpendiculaires ; - vérifier si trois points sont alignés ; - vérifier si deux segments ont même longueur, - déterminer la distance entre un point et une droite, entre deux droites parallèles.

RESSOURCES
<p>Définition de la parabole en tant que lieu géométrique.</p> <p>Équation cartésienne d'une parabole d'axe vertical.</p> <p>Équation cartésienne d'un cercle.</p>

DIRECTIVES ET COMMENTAIRES
<p>Les problèmes de la géométrie analytique conduisent à traduire une situation géométrique dans le langage algébrique. Ceci permet, par exemple :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de vérifier, par calcul, une propriété d'une figure située dans un repère ; - de répondre à des questions portant sur les droites remarquables d'un triangle ; - de construire et de rechercher l'équation d'un cercle passant par trois points non alignés ; - de rechercher des points d'intersection d'un cercle et d'une droite (respectivement d'une parabole et d'une droite), ce qui conduit naturellement à une formulation analytique des tangentes à un cercle (respectivement à une parabole). <p>Ces problèmes conduisent à conjuguer des techniques de construction géométrique, des mises en équation et des calculs algébriques à propos de la distance, de la perpendicularité, de l'intersection, ...</p> <p>On incite régulièrement l'élève à expliciter la démarche qu'il mettrait en œuvre sans nécessairement effectuer les calculs qui pourraient alors être délégués à un outil informatique.</p> <p>On construit une parabole de foyer et de directrice horizontale donnés par la méthode des deux lieux. On traduit la condition géométrique pour établir l'équation de la parabole. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique s'avère particulièrement pertinente pour la construction de la parabole par la méthode des deux lieux.</p>

PROCESSUS

CONNAITRE

- Associer un lieu à son expression analytique.
- Représenter un vecteur dans le plan.

APPLIQUER

- Construire la somme de deux vecteurs.
- Représenter un multiple de vecteur.
- Décomposer un vecteur selon deux directions données.
- Rechercher les équations vectorielle et cartésienne d'une droite.
- Rechercher l'équation d'une droite comprenant deux points, comprenant un point et de direction donnée.
- Calculer la distance d'un point à une droite.
- Rechercher l'équation cartésienne d'un cercle.
- Rechercher le centre et le rayon d'un cercle d'équation donnée.
- Construire une parabole de foyer et de directrice donnée.
- Rechercher une intersection entre droites, entre droite et cercle.

TRANSFÉRER

- Vérifier une propriété géométrique élémentaire par une méthode analytique.
- Résoudre un problème de géométrie analytique plane.
- Rechercher les coordonnées de points d'intersection de droites remarquables d'un triangle en limitant la technicité ou en utilisant l'outil informatique.

SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Situation 1. Comment mesurer des grandeurs inaccessibles ?

Niveau

3^e année.

Unités d'acquis d'apprentissage

Les figures isométriques et les triangles semblables. Le triangle rectangle.

Ressources

- Cas de similitude des triangles.
- Configuration de Thalès.

Commentaires

Cette activité permet :

- d'intégrer des ressources du cours de géométrie de 3^e : Thalès, Pythagore, trigonométrie du triangle rectangle ;
- de relier ces mathématiques de la vie actuelle à leur contexte historique⁵ ;
- d'expérimenter la démarche scientifique et de développer l'esprit critique ;
- de modéliser une situation réelle.

Elle place les élèves dans un contexte analogue à celui rencontré par nos ancêtres : *comment calculer des distances « inaccessibles » ?*

Les apprenants expérimentent de manière effective un problème en situation ce qui les aide à mieux appréhender les contenus théoriques.

Pour une meilleure appropriation des différents concepts par les élèves, les activités proposées utilisent les 3 axes essentiels en didactique : explorer – extraire – expliquer.

⁵ REBOUX O., *Mesurer l'inaccessible*, ASSP, IREM de Rouen. <http://assprouen.free.fr/fichiers/classesP/7-inaccessible.pdf>.

Processus

- Reconnaître des triangles semblables et justifier à l'aide du cas de similitude adéquat. (C)
- Calculer une longueur d'un segment à partir d'égalités de rapports. (A)
- Dégager des égalités de rapports à partir de triangles semblables. (A)
- Résoudre un problème faisant appel aux triangles semblables. (T)
- Utiliser les propriétés métriques du triangle rectangle dans des calculs (longueur de segment). (A)
- Résoudre un problème (calcul d'une longueur) en utilisant le théorème de Pythagore et les propriétés métriques du triangle rectangle. (T)

Tâche⁶

Mesurer la hauteur d'un panneau de basket (ou autre objet).

Matériel à disposition des élèves :

- un décamètre et un double mètre pour chaque groupe ;
- un bâton ;
- une équerre 45°-45° munie d'un fil à plomb et d'un viseur (une paille) (fig.1) ;
- une équerre 30°-60° munie d'un fil à plomb et d'un viseur (une paille) ;
- un miroir ;
- une croix de bucheron (celle-ci est composée de 2 baguettes de même longueur, l'une tenue perpendiculairement à l'autre en un point quelconque (fig.2)).

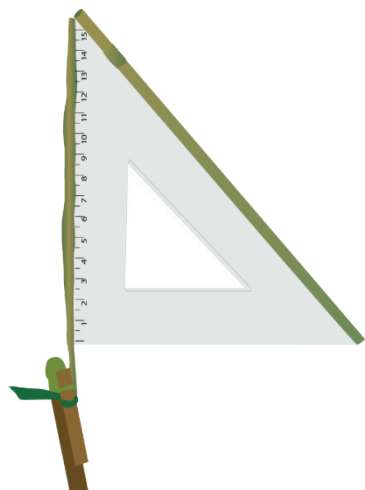


Fig.1

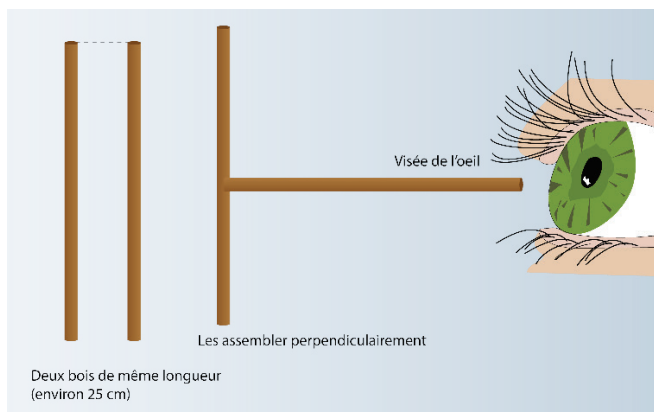


Fig.2

(C) Connaitre – (A) Appliquer – (T) Transférer.

⁶ Cette activité est inspirée d'une formation organisée par M. Schneider (ROSSEEL H. et SCHNEIDER M., *Des grandeurs inaccessibles à la géométrie du triangle*, Éditions de l'Université de Liège – ISBN : 978-2-87456-092-7).

Conseils méthodologiques

Cette activité est l'occasion de faire travailler les élèves par groupes.

Dans la salle de sport :

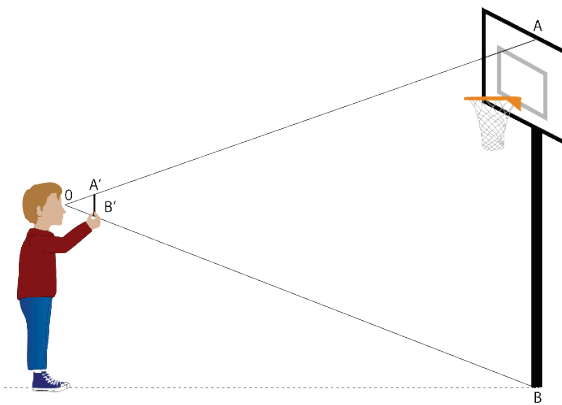
- chaque groupe est muni d'un instrument (bâton, miroir, équerre ou croix du bucheron) et du schéma explicatif correspondant (voir Annexe) ;
- en fonction du matériel et du schéma reçus, les élèves prennent les mesures nécessaires pour déterminer la hauteur du panneau de basket.

De retour en classe :

- chaque groupe calcule la hauteur du panneau de basket, puis présente son travail sur des affiches ou au tableau ;
- les élèves comparent et interprètent les résultats.

À partir des différentes productions des élèves, l'enseignant réalise, avec la classe, une synthèse présentant les différentes méthodes de mesure.

ANNEXE : SCHÉMAS EXPLICATIFS

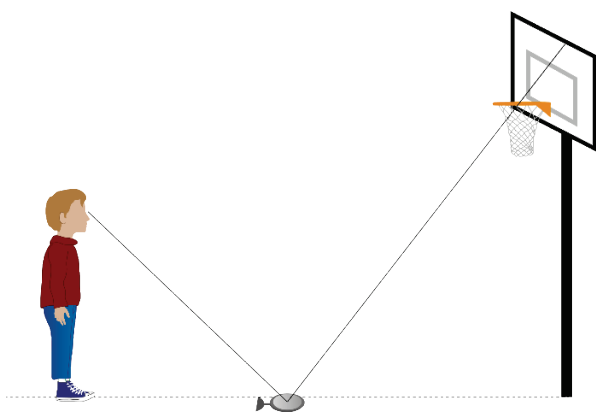
Groupe 1	
Matériel nécessaire	
	<ul style="list-style-type: none">▪ un décamètre et un double mètre▪ un bâton
Descriptif de la situation	
Tenir verticalement un bâton qu'on éloigne ou qu'on approche de son œil, jusqu'à ce qu'il se superpose exactement avec le panneau de basket.	

Groupe 2

Matériel nécessaire

- un décamètre et un double mètre
- un miroir

Descriptif de la situation



Déposer sur le sol un miroir entre le pied du panneau de basket et l'observateur.

S'éloigner du miroir ou avancer jusqu'à apercevoir le sommet du panneau de basket au milieu du miroir.

Groupe 3

Matériel nécessaire

- un décamètre et un double mètre
- une équerre 45°- 45°

Descriptif de la situation

À l'aide d'une visée (paille collée sur une équerre), reculer ou avancer jusqu'à apercevoir le sommet du panneau de basket.



Groupe 4

Matériel nécessaire

- un décamètre et un double mètre
- une équerre 30°-60°

Descriptif de la situation



À l'aide d'une visée (paille collée sur une équerre), reculer ou avancer jusqu'à apercevoir le sommet du panneau de basket.

Groupe 5

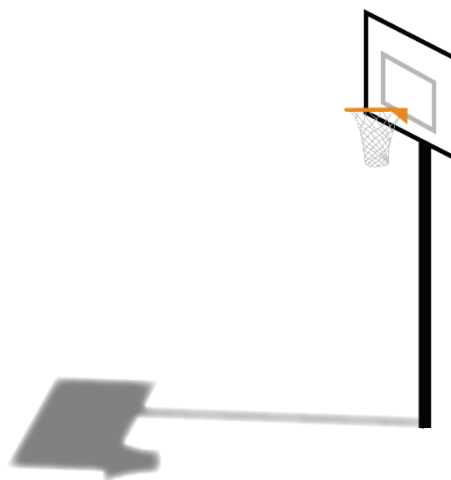
Matériel nécessaire

- un décamètre et un double mètre
- une équerre 45°-45°

Descriptif de la situation

À l'aide de l'ombre au soleil, calculer la hauteur du panneau de basket.

S'il n'y a pas de soleil, noter par des lettres les mesures à prendre et écrire les formules à utiliser pour le calcul.

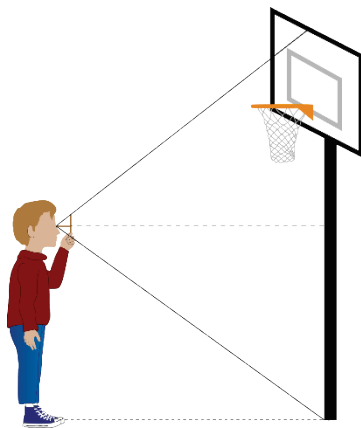


Groupe 6

Matériel nécessaire

- un décimètre et un double mètre
- une croix de bucheron

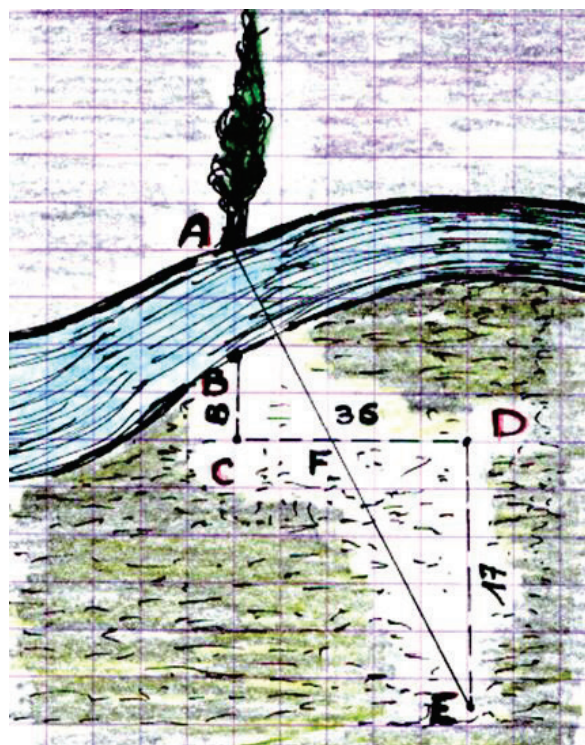
Descriptif de la situation



Tenir verticalement une croix de bucheron ; l'éloigner ou l'approcher de l'œil, jusqu'à ce qu'elle se superpose exactement avec le panneau de basket.

Prolongements possibles

- Cette activité permet de travailler l'UAA triangle rectangle, partie trigonométrie, tout en réactivant le théorème de Pythagore.
- Même procédé dans une situation où les triangles semblables ont des angles opposés par le sommet.



Situation 2. Transformées des fonctions de référence

Niveau

4^e année.

Unité d'acquis d'apprentissage

Fonctions de référence.

Ressources

- Représentations graphiques des fonctions de référence :

$$x \rightarrow x$$

$$x \rightarrow 1/x$$

$$x \rightarrow x^2$$

$$x \rightarrow x^3$$

$$x \rightarrow |x|$$

$$x \rightarrow \sqrt{x}$$

$$x \rightarrow \sqrt[3]{x}$$

- Transformées de fonctions par :
 - symétrie orthogonale ;
 - translation ;
 - affinité.

Commentaires

Cette activité permet à l'élève de se créer une image mentale d'une équation algébrique à partir de la représentation graphique. Le fait de travailler à partir de graphiques permet d'éviter des erreurs du type $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Cette activité permet de donner du sens aux concepts d'abscisse, d'ordonnée, d'ensemble image, de domaine, de zéros, ..., abordés dans l'UAA « Approche graphique d'une fonction » en 3^e année.

Cette activité permet de réactiver le calcul algébrique sur les racines carrées et cubiques abordé dans l'UAA « Outils algébriques » en 3^e année.

Cette activité permet de vérifier si l'élève maîtrise les bases du calcul algébrique.

Processus

- Résoudre algébriquement et graphiquement des équations du type $f(x) = k$ où f est une transformée de fonction de référence. (A)

Tâche

Tracer le graphique des fonctions inscrites dans le tableau ci-dessous en utilisant un logiciel.

Pour chacune des fonctions,

- résoudre⁽¹⁾ **graphiquement** l'équation $f(x) = k$ pour les valeurs de k données.
- résoudre⁽¹⁾ **algébriquement** l'équation $f(x) = k$ pour les valeurs de k données.

EXPRESSION DE f	VALEURS DE k	ÉQUATION À RÉSOUDRE	SOLUTION(S) DE L'ÉQUATION
$f(x) = x^3 + 2$	4		
	0		
$f(x) = \frac{1}{x+3}$	-3		
	5		
$f(x) = (x+3)^2$	5		
	-1		
$f(x) = x^2 + 4$	4		
	6		
$f(x) = (x-1)^3$	-3		
	1		
$f(x) = \sqrt{x+3}$	3		
	-2		
$f(x) = \sqrt[3]{x+1}$	2		
	-3		
$f(x) = \sqrt{-x}$	2		
	-1		

(1) Résoudre une équation = Rechercher l'ensemble des solutions de cette équation.

Conseils méthodologiques

Tous les élèves doivent disposer d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel de type GéoGébra.

L'objectif n'est pas, ici, de travailler les manipulations graphiques, mais bien de résoudre une équation du type $f(x) = k$.

Dans l'utilisation d'un logiciel, on attend de l'élève qu'il sache représenter des fonctions, zoomer, déplacer son graphique, adapter l'échelle, rechercher les points d'intersection des graphiques de deux fonctions. Il est important d'attirer l'attention des élèves sur le statut de l'abscisse et de l'ordonnée, et de montrer que la solution de l'équation est l'abscisse du point d'intersection du graphique des 2 fonctions envisagées.

À tout moment de l'activité, l'enseignant utilise toutes les propositions des élèves pour mettre en évidence la diversité des stratégies mises en œuvre et décoder les sources d'erreurs pour y remédier.

À la fin de l'activité, l'enseignant rédige avec les élèves une synthèse reprenant les différentes stratégies qu'ils peuvent mettre en œuvre pour résoudre une équation ainsi que les avantages de chacune d'entre elles. Il explicite dans un langage courant les démarches mentales à mettre en œuvre pour résoudre « algébriquement » et pour résoudre « graphiquement ».

À l'issue de cet apprentissage, l'élève sera capable de mobiliser à bon escient l'une de ces 2 stratégies. Ces techniques complexes au départ doivent devenir des réflexes réfléchis.

Prolongements possibles

Le k pourrait devenir une fonction du premier ou second degré. Cela permettrait de faire le lien avec l'UAA « Approche graphique d'une fonction » de 3^e année lorsqu'il s'agit de résoudre des équations et inéquations du type $f(x) = g(x), f(x) < g(x), f(x) > g(x)$.

Exemple

Pour résoudre l'équation $3x^2 - 5x - 2 = 0$, l'élève pourrait la transformer en $3x^2 = 5x + 2$ et la résoudre graphiquement en cherchant l'intersection de ces deux fonctions.

SUGGESTION DE DÉPASSEMENT POUR DES ÉLÈVES CURIEUX

La résolution graphique de l'équation $\sqrt{x+3} = x-3$ permet de connaître directement la solution de l'équation tandis que la résolution algébrique (en élevant au carré les 2 membres de l'égalité) introduit une solution parasite qui devra être rejetée après avoir justifié la raison de son apparition.

Il est évident que ce dépassement ne fera pas l'objet d'une évaluation.

GLOSSAIRE

Acquis d'apprentissage (AA)	<p>Énoncé de ce que l'élève sait, comprend et est capable de réaliser au terme d'un processus d'apprentissage. Les acquis d'apprentissage sont définis en termes de savoirs, aptitudes et compétences (Décret Missions).</p> <p>Les acquis d'apprentissage sont définis en termes de compétences, de processus (ou tâches) et de ressources (savoirs, savoir-faire, aptitudes).</p>
Activité d'apprentissage	Ensemble d'actions menées par le professeur et réalisées par les élèves. L'objectif est l'acquisition de ressources nouvelles (savoirs, savoir-faire, attitudes, ...).
Certification d'une formation	Décision collégiale prise par le conseil de classe ou par un jury. Cette décision est fondée sur l'ensemble des évaluations à valeur certificative (menées conformément au règlement général des études), mais également des informations recueillies par l'équipe éducative.
Compétence	Aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches. (art. 5, 1° du Décret Missions)
Critère	Un critère est une qualité attendue de la production, de la prestation de l'élève ou du processus utilisé pour y parvenir. Les critères sont précisés par des indicateurs. Ils seront identiques pour une même famille de situations.
Évaluation à « valeur certificative »	Évaluation d'un niveau de maîtrise des compétences au sein d'une discipline (ou groupe de disciplines) sur laquelle sera construite soit la décision de l'obtention d'un certificat, soit la décision de passage de classe, d'accès à un nouveau degré ou à une nouvelle phase.
Évaluation à « valeur formative »	Évaluation effectuée en cours d'activité et visant à apprécier le progrès accompli par l'élève et à comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre lors d'un apprentissage ; elle a pour but d'améliorer, de corriger ou de réajuster le cheminement de l'élève ; elle se fonde en partie sur l'auto-évaluation. (Décret Missions)
Indicateur	<p>Élément observable et mesurable qui permet de vérifier si la qualité exprimée dans le critère est rencontrée</p> <p>Un indicateur est spécifique à une situation. Il est choisi en tenant compte du fait que l'évaluation pratiquée est située à un moment déterminé dans le parcours de la formation.</p>

Ressources	<p><i>Ensemble des savoirs, savoir-faire, attitudes, ... qui seront installés dans diverses activités. Elles seront ensuite mobilisées dans une situation d'intégration.</i></p> <p><i>Ensemble de savoirs, savoir-faire, attitudes et stratégies qui seront actualisés, découverts, mobilisés au cours de l'unité d'apprentissage et qui s'avèrent incontournables lors de la réalisation de tâches relevant des compétences visées.</i></p>
Situation d'apprentissage	<p><i>Ensemble de dispositifs au cours desquels un élève va s'approprier de nouvelles ressources (savoirs, savoir-faire, attitudes, ...).</i></p>