ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE
SECONDAIRE
Avenue E. Mounier, 100 – 1200 BRUXELLES

Programme

Mathématiques

1er degré commun

Enseignement secondaire

D/2010/7362/3/08

Remerciements

La FESeC remercie les membres du groupe à tâche qui ont travaillé à l'élaboration du présent programme.

Elle remercie aussi les nombreux enseignants, les conseillers pédagogiques et les membres du secteur mathématique qui l'ont enrichi de leur expérience et de leur regard constructif.

Elle remercie également toutes les personnes qui ont effectué une relecture attentive. Maintes précisions qui figurent dans ces programmes sont redevables de leur implication et de leur compétence professionnelle.

Ont participé à l'écriture de ce programme :

Edith Baeten,
Joseph Bethlen,
Brigitte De Coninck,
Paul Decouvreur,
Dominique Dumont,
Sabine Hausmann,
Valérie Henry,
Jean Hermant,
Alain Koeune,
Pierre-Emmanuel Losfeld,
Patricia Pellegrims,
Christian Pranger,
Christian Vanaerde,
Céline Van Damme.

Jules Miéwis,
responsable du secteur mathématique de la FESeC.

Table des matières

1. Introduction

D’un programme à l’autre

Depuis 1999, les contenus des programmes de mathématiques du premier degré commun sont fixés par le document[1] « Socles de compétences ». Ce référentiel présente de manière structurée les compétences de base à exercer jusqu'au terme des huit premières années de l'enseignement obligatoire et celles qui sont à maitriser à la fin de chacune des étapes parce qu'elles sont considérées comme nécessaires à l'insertion sociale et à la poursuite des études[2]. Concernant les mathématiques, le décret « Missions » précise par ailleurs que les socles de compétences accordent la priorité à la maitrise des outils mathématiques de base dans le cadre de la résolution de problèmes[3].

Selon ce même décret, le programme d'études est un « référentiel de situations d'apprentissage, de contenus d'apprentissage, obligatoires ou facultatifs, et d'orientations méthodologiques qu'un pouvoir organisateur définit afin d'atteindre les compétences fixées par le Gouvernement ». Son approbation par la Commission des Programmes et par le Ministre confirme que, correctement mis en œuvre, il permet d’acquérir les compétences et de maitriser les savoirs et savoir-faire définis dans le référentiel « Socles de compétences », document sur lequel se basent les évaluations externes.

Les matières du présent programme, pour l’ensemble du degré, demeurent globalement les mêmes que celles du programme précédent[4]. La tradition d’une coordination entre les programmes du réseau avec ceux de la communauté s’en trouve ainsi respectée.

En réponse aux souhaits exprimés lors de l'enquête[5] relative aux programmes de la formation commune des humanités générales et technologiques, les programmes de mathématiques ont été aménagés de façon à ce que le lecteur ait une vue d’ensemble plus claire et plus précise de ce qui doit être enseigné et appris chaque année scolaire. Pour chacune des deux années, les domaines de savoirs et les compétences sont articulés de manière explicite.

Une rubrique « D'où vient-on? » montre la progression vécue par l’élève jusqu’à l’obtention de son CEB[6], donne un fil conducteur et situe les matières à enseigner dans une certaine continuité. La rubrique « Où va-t-on ?» concerne l'année en cours et donne des indications quant au sens et à la portée des contenus ainsi qu’à la manière d’articuler à d’autres le chapitre traité.

Les matières à enseigner sont présentées dans un tableau à deux colonnes. La première énonce succinctement les contenus, la deuxième précise le niveau de rigueur qu'il faut atteindre et propose quelques pistes méthodologiques.

---

[1] Socles de compétences pour l’enseignement fondamental et le premier degré de l’Enseignement secondaire, Ministère de la Communauté française, Administration générale de l’Enseignement et de la Recherche Scientifique, Service général du Pilotage du système éducatif. Document disponible sur le site : www.enseignement.be.

[2] Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre, article 5, 2° ; Gouvernement de la Communauté française, 24-07-1997.

[3] Ibidem, article 16, 3°.

[4] Programme du premier degré, 1A et 2e commune, D/2000/7362/010.

[5] FESeC, rapport final du 13-06-2006.

[6] Certificat d’étude de base.

À l'issue de chaque domaine de savoirs, une liste de compétences reprend l'essentiel de ce que l'élève doit pouvoir réaliser seul en situation d'évaluation à valeur certificative (il va de soi qu'en classe, lors de travaux dirigés par exemple, on peut aller au-delà de cet « essentiel »). Ces compétences articulent plus précisément les matières à enseigner avec les intitulés généraux du document « socles » et sont classées de façon à faciliter le travail d'évaluation.

La rédaction de ces compétences met l'accent sur celles qui doivent être plus particulièrement certifiées en fin du degré et qui font l'objet des épreuves certificatives externes mises en place par le Service du Pilotage du système éducatif[7]. Lorsqu'une compétence est réputée acquise dans une étape précédente de l'enseignement obligatoire, l'élève doit néanmoins continuer à l'exercer dans des situations-problèmes plus complexes[8].

Ce programme implique que les élèves disposent d'une calculatrice scientifique de base leur permettant de valider et d'améliorer leur capacité de recherche personnelle. L'élève peut ainsi utiliser avec pertinence le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice en fonction de la situation.

Le recours à des logiciels adaptés peut faciliter la perception d'une situation géométrique, convaincre de la pertinence d'une formule découverte dans un problème de dénombrement ou encore améliorer la qualité d'une présentation de données. Il importe donc de mettre en place l'utilisation de ce type d'équipement dans l'école.

Construire un parcours

Le cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances. Il s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel ou de questions à propos de faits mathématiques.

Le programme n'est pas un plan de matières : l'ordre dans lequel il présente les contenus n'est pas un ordre chronologique. Chaque enseignant doit construire un parcours selon une cohérence propre. S'il utilise un manuel, il lui faut en comparer les contenus avec le programme et à partir de là, faire des choix quant :

- à la façon d'articuler et de hiérarchiser entre eux les chapitres ;
- au niveau visé dans chacun des champs conceptuels ;
- à la façon d'utiliser le manuel et éventuellement d'autres outils ;
- au découpage par périodes ;
- au rythme des évaluations.

Il va de soi que les cours doivent privilégier le sens et ne pas subir nécessairement les mêmes découpages que ceux qui figurent dans les listes de compétences. Le sens des matières n'apparait pas toujours d'emblée, dès les premières questions traitées, mais bien dans l'ensemble d'un chapitre. Le parcours défini par l'enseignant doit exhiber le rôle des nouveaux concepts dans la construction théorique et montrer leur utilité dans des tâches bien choisies.

Dans la pratique, il faut veiller à ce que des dépassements occasionnels ou des imprévus ne conduisent pas à négliger ou à reporter des pans entiers de contenus.

---

[7] Décret relatif à l'évaluation externe des acquis des élèves de l'enseignement obligatoire et au certificat d'études de base au terme de l'enseignement primaire, article 36 sq. ; Gouvernement de la Communauté française, 2-06-2006.

[8] « Socles de compétences », Classification des compétences relatives aux outils mathématiques de base : sensibilisation à une compétence, compétence à certifier, compétence à exercer, p. 25.

La rigueur, l’argumentation, l'expression

Le cours de mathématiques, comme les autres cours, développe la coopération, la prise de parole, l'écoute, la régularité dans le travail, … Mais de manière plus spécifique, le travail mathématique initie l’élève à une certaine façon d’argumenter, dans un cadre de pensée et avec un langage propre à cette discipline. Ce type de compétence s'acquiert pendant les cours eux-mêmes, par exemple lorsque le professeur incite l'élève à dire ce qu'il fait, à énoncer les principes, les règles qu'il applique, à repérer pourquoi il utilise certaines transformations algébriques, … mais aussi lorsqu'il structure ses notes, assimile, produit et rédige une argumentation, présente un travail sous une forme qui le valorise et le rend utilisable aux autres.

Domaines de savoirs et compétences socles

Si les nombres servent à compter et trouvent un ancrage contextualisé dans les manipulations et l’utilisation des grandeurs, leur univers doit à présent s’élargir aux fractions et aux nombres relatifs. En outre, l’analyse de phénomènes arithmétiques variés conduit rapidement à établir des preuves et à employer des lettres pour généraliser ou résoudre des équations.

C’est pour ces raisons, mais aussi pour d’autres d’ordre pratique, que le **premier domaine** « Nombres » est structuré en quatre chapitres :

- les nombres naturels ;
- les nombres entiers ;
- les nombres rationnels ;
- le calcul littéral et les équations.

Quelques compétences « particulières » à chaque type de nombres étudiés sont proposées à la fin de chacun des trois premiers chapitres. Plusieurs compétences « communes » qui s’exercent indifféremment sur ces différents nombres sont regroupées au terme du troisième chapitre. Le chapitre consacré au calcul littéral et aux équations énonce ses propres compétences.

Le **deuxième domaine** « Solides et figures » est structuré en trois chapitres :

- les mouvements dans le plan ;
- les solides (uniquement en première année[9]) ;
- les figures planes.

Le **troisième domaine** « Grandeurs » est structuré en deux chapitres :

- la mesure des angles (uniquement en première année) ;
- les grandeurs proportionnelles.

Le **quatrième domaine** « Traitement de données » ne contient qu’un seul chapitre :

- les présentations de données.

[9] Les solides restent un domaine d’activités et de problèmes à explorer en deuxième année même si aucun contenu nouveau n’est abordé à ce niveau.

2. Évaluation

Les compétences mathématiques sont indissociables du domaine dans lequel elles s'exercent. Ainsi, la résolution d'un problème d'arithmétique, de géométrie, de grandeurs ou de traitement de données mobilise des modes de pensée et des habiletés bien différentes…

Axes d'évaluation

Selon le décret « Missions », une compétence[10] est l'aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, savoir-faire et attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches. À l'instar des programmes de mathématiques des 2e et 3e degrés des humanités générales[11] et techniques[12], les compétences sont rassemblées dans ce programme selon trois axes :

- expliciter les savoirs et les procédures ;
- appliquer une procédure ;
- résoudre un problème.

Ces axes d'évaluation incluent, selon les opportunités, les compétences énumérées dans le document « Socles » ; ils structurent les acquis relatifs à chacun des chapitres du présent programme.

Dans chaque chapitre, des listes de tâches d'apprentissage et d'évaluation mettent l'accent sur certains de ces axes. Dans le tableau ci-dessous, une tâche se situera donc au croisement d'un domaine et d'un axe.

	Nombres	Solides et figures	Grandeurs	Traitement de données
Expliciter les savoirs et les procédures				
Appliquer une procédure				
Résoudre un problème				

Chacun des trois axes contribue à la construction de la pensée et fait partie de la formation mathématique. Il n'y a pas entre eux de hiérarchie d'importance ou de complexité. Montrer que l'on saisit le sens d'un énoncé ou transposer une argumentation (tâches qui relèvent de l'axe « expliciter un savoir ») peuvent, selon les circonstances, constituer des tâches plus ou moins complexes. Par ailleurs, résoudre un problème n'est pas obligatoirement difficile…

Certains savoirs ou savoir-faire qui installent ou confortent des acquis de base de type calculatoire ne prennent sens que lorsqu'ils sont intégrés comme outils mathématiques en situation de résolution de problèmes. C'est pour cette raison que le troisième axe est particulièrement valorisé dans les

[10] Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre, article 5, 1° ; Gouvernement de la Communauté française, 24-07-1997.

[11] Humanités générales et technologiques, deuxième degré : D/2008/7362/3/38 et troisième degré : D/2008/7362/3/39.

[12] Humanités professionnelles et techniques, deuxième degré technique de qualification : D/2002/7362/3117 et troisième degré technique de qualification : 4 périodes D/2004/7362/3/16a et 2 périodes D/2004/7362/3/16b.

chapitres du calcul littéral, du traitement de données et lors de l'étude des grandeurs proportionnelles. De même, l'étude des mouvements dans le plan prépare aux outils de résolution de problèmes dans le domaine des solides et des figures planes.

Cette grille permet d'interpréter des productions d'élèves en situation d'apprentissage et d'évaluation. Il va de soi que la répartition entre les différents domaines et entre les axes ne constitue pas une « partition ». Le classement d'une tâche dans telle ou telle catégorie est parfois discutable. Néanmoins, malgré cette difficulté, la grille constitue un repère pour formuler et commenter l'appréciation qui sera apportée aux conseils de classe et notée dans le bulletin.

Elle constitue une balise pour que l'appréciation globale de l'élève soit construite sur base de compétences réparties de manière équilibrée sur l'ensemble du parcours scolaire.

Expliciter les savoirs et les procédures

Cet axe d'évaluation concerne les savoirs et les procédures qui constituent le « squelette » de la formation.

Ces savoirs et procédures auront fait l'objet d'un travail de conceptualisation avec les élèves et seront présentés le plus souvent sous la forme de « synthèses ». Ces dernières servent de référence, montrent en quoi les concepts mis en place permettent de résoudre certaines catégories de problèmes, expliquent certains « phénomènes » numériques ou géométriques.

Pour l'élève, expliciter un savoir ou une procédure, c'est évoquer les connaissances qui s'y rapportent, montrer qu'il en saisit le sens et la portée.

Il s'agit selon les cas, de citer un énoncé et de l'illustrer par un exemple ou un dessin, d'énoncer la définition qui correspond à l'usage qui en est fait dans un contexte donné, de justifier certaines étapes d'un calcul, de faire un schéma.

Pour évaluer la façon dont l'élève explicite les savoirs et les procédures dans une matière précise, l'enseignant repère, par exemple, si l'élève sait :

- reconnaitre les circonstances d'utilisation des savoirs ;
- analyser la structure globale d'un texte mathématique, et en particulier, y distinguer l'essentiel de l'accessoire ;
- maitriser le vocabulaire, les connecteurs logiques (si… alors, en effet, donc, et, ou, …) et le symbolisme nécessaires pour expliquer une propriété ;
- reproduire les étapes d'une argumentation, commenter une définition ;
- construire une chaine déductive et la justifier ;
- utiliser un contre-exemple pour invalider une conjecture ;
- argumenter pour valider une conjecture ;
- étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large.

On le voit : explicitation n'est pas synonyme de restitution ! L'axe « expliciter les savoirs et les procédures » ne doit pas servir de prétexte pour faire étudier des définitions et des énoncés qui ne servent pas directement à la compréhension.

Appliquer une procédure

Cet axe d'évaluation privilégie les savoir-faire en mobilisant des réflexes réfléchis. Au moment où l'élève apprend une procédure, il opère des raisonnements et construit des enchainements qui ne sont pas d'emblée des automatismes. À son niveau, ces techniques sont parfois complexes. Il s'agit pour lui d'acquérir des « réflexes réfléchis ».

Dans le domaine « Nombres et Grandeurs », la maitrise de procédures requiert d'articuler une bonne connaissance de diverses propriétés avec une habileté calculatoire. C'est le cas par exemple, d'une équation qu'il faut résoudre en combinant plusieurs techniques : les règles de signes, les règles de calcul avec les fractions, les propriétés des égalités, le calcul algébrique. Les tâches qui relèvent de cet axe seront tantôt évaluées pour elles-mêmes, tantôt dans le cadre de tâches plus amples.

En géométrie, les procédures sont nécessaires à la construction de figures planes, à la réalisation et à la représentation d'objets de l'espace, au calcul de distances et d'angles.

Le traitement de données comporte certains aspects procéduraux, propices à l'usage de calculatrices et de logiciels.

Pour évaluer comment l'élève applique une procédure, l'enseignant vérifie par exemple si dans un domaine précis, l'élève sait :

- organiser un calcul c'est-à-dire choisir les règles et les appliquer dans un certain ordre ;
- réaliser un graphique, un diagramme ou un tableau qui éclaire ou résume une situation ;
- construire une figure qui requiert d'organiser des étapes.

Résoudre un problème

Ce qu'il importe d'évaluer ici, c'est le travail de modélisation qui consiste à dégager dans un énoncé les aspects qui se prêtent à un traitement mathématique. Le « problème » place l'élève dans un contexte qui n'est pas déjà mathématisé. Outre les énoncés que l'on classe spontanément dans cette rubrique, on y inclura les applications géométriques et les problèmes de construction nécessitant un enchainement de procédés techniques. Ces questions impliquent le passage d'un langage à un autre : entre énoncés, figures, relations d'égalité, …

L'apprentissage doit articuler les aspects suivants : dégager et codifier des méthodes de résolution à partir des problèmes traités en classe, exercer les élèves à résoudre seuls des problèmes du même type, classer les problèmes selon les méthodes de résolution appropriées.

Résoudre un problème n'est pas nécessairement plus difficile qu'expliciter un savoir ou appliquer une procédure. La complexité tient à la nature du problème, à sa proximité par rapport à ceux qui ont été traités en classe et à la façon dont on a dégagé et exercé les méthodes de résolution. Il serait fâcheux que les élèves imaginent que dans cet axe, il s'agit de tâches nécessairement pointues, réservées aux meilleurs ! Il y a des problèmes de tous niveaux, ceux que l'on pose lors de l'évaluation doivent refléter cette diversité.

Les tâches d'évaluation de cet axe présenteront des situations complexes et inédites dans le prolongement des situations exploitées en cours d'apprentissage. Les outils proposés par la

Commission des Outils d'évaluation[13], constituent pour les professeurs une source d'inspiration pour construire leur propre évaluation.

Pour évaluer comment l'élève résout un problème, l'enseignant peut vérifier, si l'élève :

- comprend l'énoncé de la tâche, c'est-à-dire repère les buts à atteindre, traduit correctement une information, passe d'un langage à un autre (par exemple du langage courant au langage graphique ou algébrique et réciproquement) ;
- choisit et utilise les outils adéquats (à ce niveau, une erreur de calcul ne doit pas peser de manière décisive) ;
- répond au problème par une phrase correctement exprimée, analyse la cohérence entre ses calculs et sa réponse, et dans certains cas, argumente les étapes de son travail, commente ou justifie les limites de ses résultats.

L'évaluation à valeur formative

L'évaluation formative fait partie intégrante de l'apprentissage qu'elle permet d'orienter et de réguler. Il est donc indispensable de la pratiquer et de la faire pratiquer par l'élève. Elle permet, en effet, de poser sur les différentes productions de l'élève un regard analytique et diagnostique, tant sur la maitrise des ressources (savoirs, savoir-faire et attitudes) que sur les stratégies d'apprentissage et de réalisation des tâches ainsi que sur la maitrise des compétences. Elle constitue pour l'élève un entrainement.

Ce type d'évaluation est basé sur le double principe du « droit à l'erreur » et de « l'erreur, source de progrès ». Cela signifie que les différentes productions seront analysées en vue :

- de mesurer leurs qualités en termes de conformité avec le résultat attendu ;
- d'observer les processus et les stratégies mis en œuvre pour parvenir aux productions attendues ;
- de s'interroger sur les causes d'une erreur commise ou d'une difficulté rencontrée.

Sans préjuger d'un résultat final ni pénaliser l'élève, l'évaluation à valeur formative doit permettre à l'élève et à ses parents de prendre conscience du niveau de maitrise par rapport à celui attendu pour réussir et, le cas échéant, d'être avertis d'éventuelles lacunes qui pourraient le pénaliser lors de l'évaluation à valeur certificative. Pour l'enseignant, elle sert aussi de guide à l'apprentissage. En effet, c'est à travers l'évaluation à valeur formative que se mettent en place, si nécessaire, un apprentissage individualisé et une remédiation ciblée sur les difficultés réelles de l'élève. C'est ainsi qu'elle devient source de progrès et d'évolution[14].

Une certaine pondération, un échelonnement dans le temps

L'évaluation à valeur certificative doit se rapporter aux quatre domaines et aux trois axes. À titre indicatif, il convient que ces derniers soient pris en compte chacun pour 25% au moins. Ce dispositif permet une adaptation selon les années, les types d'élèves et les matières. Il évite de donner un poids démesuré à des carences partielles.
L'évaluation de la résolution de problèmes doit être en relation avec la place qui lui est faite lors des apprentissages. Les tâches doivent d'abord s'articuler autour d'une même famille de problèmes, puis

[13] Disponible sur le site « enseignement.be », page 24345.
[14] Voir « Balises pour évaluer », outils pédagogiques « FESeC », D/2010/7362/3/15.

les élèves doivent apprendre à reconnaitre, parmi les méthodes qu'ils ont apprises, celles qui conviennent pour le problème posé.

Une évaluation qui porte sur l'essentiel

L'évaluation à valeur certificative doit porter sur l'essentiel : le cadre de référence est celui de la rubrique « compétences » relative à chacun des chapitres. Chaque liste cerne ce que l'élève doit savoir dire, faire, expliquer, exploiter. Il faut donc développer toutes ces compétences mais chacune ne doit pas nécessairement faire l'objet d'une question d'évaluation : un contrôle reste un « sondage », il ne doit pas être exhaustif. Évaluer un tout ne signifie pas tout évaluer !

S'il est nécessaire de tester isolément certaines connaissances et certaines procédures, il faut aussi soumettre aux élèves, plusieurs fois au cours d'une année, des tâches plus vastes qui mobilisent des aptitudes différentes et qui portent sur plusieurs matières. Les questions d'évaluation doivent refléter la cohérence des choix didactiques et être rédigées de façon à ce qu'un lecteur extérieur compétent puisse en saisir la portée.

Lorsque, dans une matière précise, le professeur dépasse les objectifs prévus par le programme, il doit veiller à ce que le temps qu'il y consacre ne porte pas préjudice à l'assimilation des autres matières par l'ensemble des élèves. Ces dépassements ne peuvent pas intervenir dans les évaluations à valeur certificative. Cependant, la façon dont les élèves assimilent ou non ces dépassements peuvent contribuer à donner des conseils d'orientation.

Des questions de différents niveaux

Il faut éviter que les épreuves ne comportent que des questions pointues. Dans ce cas, l'évaluation se fait par défaut et ne permet pas de repérer où en est l'élève ni de valoriser ce qu'il a acquis. Chaque évaluation doit comporter plusieurs questions dont les niveaux de difficultés diffèrent. Cette diversité s'entend sur l'ensemble d'un trimestre, d'un semestre, voire d'une année.

Et les bulletins ?

La grille d'évaluation[15] peut être utilisée quel que soit le mode d'évaluation pratiqué dans l'établissement scolaire. Beaucoup d'enseignants formulent des remarques sur les travaux d'élèves qui s'apparentent de manière plus ou moins explicite à la grille proposée. Il leur suffit de consigner ces observations de façon à cerner l'évolution de l'élève dans chacun des domaines et selon ces trois axes d'évaluation.

Situations d'apprentissage et situations d'évaluation

Ce programme est illustré par des situations d'apprentissage et d'évaluation. Ces situations sont proposées à titre d'exemples et ne sont pas limitatives.
D'autres tâches sont publiées par la Commission des Outils d'Évaluation sur le site enseignement.be[16]. Des références à certains de ces outils sont mentionnées dans ce programme en note de bas de page.

---

[15] Voir le tableau des axes et domaines page 8 de ce document.
[16] Disponibles sur le site « enseignement.be », page 24345.

3. Les mathématiques au premier degré

Dans le cadre d'une pédagogie qui veut susciter les initiatives des élèves, il faut que l'enseignant sache ce que l'élève a appris et ce qu'il advient de ces connaissances. Les acquis antérieurs constituent le paysage mental dans lequel les élèves se meuvent ; ils sont une source d'inspiration pour l'enseignant soucieux de partir du terrain de l'élève ; ils constituent un ensemble de notions et de méthodes qui doivent être sollicitées pour que l'élève apprenne à transférer ses connaissances.

Les situations qui conduisent l'élève à s'approprier une même notion sont multiples et leur efficacité tient autant du choix du problème qu'à l'art de l'enseignant. Ces situations doivent mettre en perspective la démarche d'apprentissage choisie.

À l'entrée du degré, les niveaux des élèves en mathématiques sont parfois très variés. Alimenter ceux qui « en veulent » sans décourager ceux qui ne se sentent pas à l'aise ou s'impliquent peu est un vrai défi pour les enseignants.

Mathématiques et citoyenneté

La compétence mathématique implique, à des degrés différents, la capacité et la volonté d'utiliser des modes mathématiques de pensée (réflexion logique et spatiale) et de représentation (formules, modèles, constructions, graphiques, diagrammes).

Au-delà de la connaissance des nombres, des mesures, des structures, des opérations fondamentales et des présentations mathématiques de base, l'élève devra développer une sensibilité aux problèmes auxquels les mathématiques peuvent apporter une solution.

Comme le souligne le cadre de référence européen[17], un citoyen « doit avoir la capacité d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et plus tard au travail, et de suivre et d'évaluer les différentes étapes d'une argumentation. Un citoyen doit être en mesure d'adopter un raisonnement mathématique, de comprendre une démonstration mathématique et de communiquer en langage mathématique, ainsi que d'employer des aides appropriées ».

Mathématiques et culture

Les connaissances mathématiques, même très élémentaires, appartiennent à la culture : elles servent à exprimer la structure logique des choses et des phénomènes et sont par là un instrument du sens critique ; elles développent le gout des raisonnements qui allient la sobriété, l'intuition et la généralité, ou en termes plus brefs, des raisonnements élégants. L'enseignant doit donc porter une attention particulière à la portée culturelle des connaissances enseignées, c'est-à-dire la possibilité qu'on y trouve de développer le sens critique, le gout et le jugement.

Le terme culture[18] renvoie aussi aux conquêtes intellectuelles de nos ancêtres. Nous les avons reçues en héritage et nous en sommes redevables à nos descendants. Il ne faut pas laisser croire aux jeunes que les mathématiques sont un monument intemporel : il ne manque pas d'occasions de leur montrer que certaines des connaissances aujourd'hui les plus familières, par exemple les nombres

[17] Compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie – Cadre de référence européen, Journal officiel de l'Union européenne, 30-12-2006.
[18] Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, CREM, 1995.

décimaux à virgule, ont été acquises au prix de longs tâtonnements. Il a fallu les quantièmes du papyrus RHIND égyptien[19], les rapports chez EUCLIDE[20], les rationnels chez ABU KAMIL[21] , les fractions d'ABUL WAFA[22] pour conduire aux décimaux de SIMON STEVIN[23].

C'est en replongeant certaines notions fondamentales dans leur contexte historique, que l'on peut espérer apporter une réponse à une question posée par de nombreux élèves « À quoi cela peut-il bien servir ? ». Il y a un certain réconfort pour l'élève à resituer ses propres difficultés dans une continuité historique : d'autres avant lui ont dû faire face à des problèmes, surmonter des défis ; ils y sont arrivés. Par ailleurs, les seuils épistémologiques que doit franchir l'élève pour acquérir un concept sont souvent ceux-là mêmes qui ont fait obstacle dans le passé[24].

---

[19] Papyrus écrit par le scribe AHMES vers 1650 av. J.-C., source importante de nos connaissances des mathématiques égyptiennes.

[20] EUCLIDE enseignait à Alexandrie vers 300 av. J.-C. ; ses *Éléments* ont exercé une énorme influence sur la pensée scientifique occidentale.

[21] Mathématicien égyptien vivant vers 900 ap. J.-C. ; il a étudié des équations dont les coefficients étaient des rationnels.

[22] Ce mathématicien persan, mort à Bagdad en 998 ap. J.-C., a établi les règles du calcul des fractions.

[23] Ingénieur et mathématicien brugeois (1548-1620) ; il a vulgarisé l'emploi des fractions décimales en Occident.

[24] Pour une culture mathématique accessible à tous, CREM, 2004.

1re année

Nombres

Plusieurs compétences socles peuvent être exercées sur les différents types de nombres que les élèves seront amenés à rencontrer en première année : c'est ainsi que le respect des priorités des opérations et l'utilisation à bon escient des conventions d'écriture mathématique s'exerceront aussi bien avec les nombres naturels, entiers et rationnels, que lors de la manipulation des premières expressions littérales.

Le découpage du programme suivant les quatre chapitres qui viennent d'être évoqués ne peut pas être un obstacle à l'apprentissage de compétences communes. Celles-ci sont regroupées dans une liste unique en fin du troisième chapitre. Les compétences particulières à chaque chapitre sont proposées à la fin de chacun de ceux-ci.

Les principes qui régissent les techniques opératoires et qui s'acquièrent au départ des intuitions acquises dans le calcul mental avec de petits nombres naturels, seront réactivés lors de la découverte des extensions successives des nombres naturels. Toutefois, l'utilisation raisonnable de la calculatrice donnera un souffle nouveau au calcul en permettant de vérifier la plausibilité des résultats et d'aborder des situations contextualisées.

1. Les nombres naturels

D'où vient-on ?

Les enfants rencontrent les nombres naturels dans leur univers quotidien. Au fondamental, lors d'activités de comptage et de classement, ils apprennent à les lire, les écrire, s'en servir pour faire des calculs et pour les ranger sur la droite des nombres.
Les tableaux de nombres (les calendriers par exemple), les tables d'additions et de multiplications introduisent des rythmes, des régularités qui stimulent la pensée. L'élaboration et l'observation de ces tables donnent sens aux propriétés de calcul, notamment à celles des opérations inverses que sont la soustraction et la division.

Où va-t-on ?

Les naturels servent tantôt de modèle, tantôt de contraste dans la construction de nombres nouveaux. On le sait, les lois du calcul algébrique sont fondées sur l'expression formelle des propriétés du calcul numérique. L'exploration de phénomènes arithmétiques liés aux diviseurs et aux multiples conduit non seulement à une bonne connaissance des nombres usuels mais aussi à des activités de preuve. Les justifications que l'on établit dans ce contexte peuvent prendre des formes diverses :

- exhiber une structure visuelle (montrer qu'un nombre peut se représenter par des points répartis en n rangées égales, revient à montrer que ce nombre est divisible par n) ;
- raisonner à partir d'un exemple en veillant à ce que les arguments n'utilisent aucune particularité du nombre (un exemple traité de manière assez générale pour que ces particularités n'interviennent pas, joue ici le même rôle que la figure dans une démonstration géométrique) ;
- utiliser l'écriture littérale et les premières règles du calcul algébrique.

Contenus	Directives et commentaires
Propriétés et priorités des opérations. Estimation de l'ordre de grandeur et de la plausibilité d'un résultat.	Les propriétés d'associativité, de commutativité et de distributivité structurent les naturels. Les extensions successives de la notion de nombre seront axées sur la conservation de ces propriétés.

	On habitue progressivement les élèves à utiliser les quatre opérations, les parenthèses et les touches relatives à la mémoire de la calculatrice, entre autre dans un souci de vérification du résultat. Les parenthèses sont utilisées aussi longtemps qu'elles sont nécessaires à la compréhension et à l'organisation d'un calcul.
Ensembles de diviseurs et de multiples d'un nombre. Nombres premiers. Décomposition d'un nombre en facteurs premiers.	Si a, b , c sont des nombres naturels non nuls, $a = bc$ exprime que b et c divisent a, qu'ils sont des diviseurs de a, qu'ils sont des facteurs de a et aussi que a est multiple de b et de c. Deux propriétés sont essentielles : - si un nombre divise un autre, alors il divise ses multiples ; - si un nombre divise deux autres, alors il divise leur somme et leur différence. (Par exemple, on peut montrer que 434 est divisible par 7 en le décomposant en $420 + 14$.) Ces propriétés permettent de justifier les caractères de divisibilité par $2, 5, 4, 25, 8$ et 125. (Les caractères de divisibilité par 3 et 9 pourront être justifiés en deuxième.) Dans la recherche des diviseurs d'un nombre, les nombres premiers jouent un rôle important.
Puissances à exposants naturels.	À l'occasion de la décomposition en facteurs premiers, on introduit l'écriture de produits sous forme de puissance.

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Justifier le choix d'une décomposition d'un nombre pour vérifier une divisibilité.
- Justifier un caractère de divisibilité en citant les propriétés utilisées.
- Justifier une propriété de divisibilité en évoquant une représentation du nombre.

Appliquer une procédure

- Décomposer un nombre pour vérifier une divisibilité.
- Trouver tous les diviseurs d'un nombre à partir de sa décomposition en facteurs premiers.
- Retrouver un nombre décomposé en facteurs premiers.

2. Les nombres entiers

D'OÙ VIENT-ON ?

Les enfants ont rencontré et ont appris à situer quelques nombres négatifs qui se présentent dans le quotidien : températures sur un thermomètre, indication d'étage dans un ascenseur, profondeur marine sur une carte de géographie.

OÙ VA-T-ON ?

On s'appuie sur ces intuitions pour construire la droite numérique des entiers. On réalise que, dans l'ensemble des entiers, toutes les soustractions entre deux nombres naturels sont désormais possibles. On étend les champs d'action des opérateurs à ces nouveaux nombres.
L'extension de la notion d'ordre aux nombres munis d'un signe est un passage délicat, car la notion d'ordre issue des grandeurs (distance à zéro plus petite ou plus grande) est remplacée par une autre notion d'ordre : venir avant ou après dans un parcours qui va des négatifs aux positifs sur une droite graduée.

Contenus	Directives et commentaires
Nombres entiers. Représentation sur une droite graduée. Comparaison des nombres entiers. Opposé d'un nombre.	Les nombres positifs et négatifs étant représentés sur la droite graduée, -2 et 2 sont à la même distance de l'origine.
Somme et différence de deux nombres entiers.	La règle d'addition dans les entiers peut être construite à partir de plusieurs exemples intuitifs tels que les mouvements sur une droite orientée, les moyennes et les variations de températures, … Elle apparait comme le prolongement de l'addition des nombres naturels.
Produit de deux nombres entiers. Opposé d'une somme et produit d'une somme par un nombre. Règle du signe du produit.	On peut rendre plausible la règle du signe du produit en montrant qu'elle maintient la régularité de certaines suites de multiplications après le passage par 0. $3 \times (-3) = -9$ $2 \times (-3) = -6$ $1 \times (-3) = -3$ $0 \times (-3) = 0$ D'une multiplication à l'autre, chaque produit est augmenté de 3. On prolonge cette suite d'opérations pour déterminer le produit $(-1) \times (-3) = 3.$

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Maitriser les conventions d'écriture mathématique des opérations avec des entiers.

Appliquer une procédure

- Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées avec des entiers.
- Ordonner et comparer des nombres entiers.

3. Les nombres rationnels

D'où vient-on ?

L'enfant rencontre les nombres « non-entiers » dans les écritures de mesures avec virgule. Il établit des égalités d'écriture de mêmes grandeurs découvertes par manipulation : ainsi 0,5 m = $\frac{1}{2}$ m. Il a appris à formuler des pourcentages en recourant à des modèles géométriques : 50% de l'aire A d'un rectangle s'écrit également 0,5 A ou encore $\frac{1}{2}$ de A. La fraction rend compte du partage équitable d'une grandeur, mais elle reste habitée d'une dynamique opératoire vécue et racontée : « colorie 2 fois $\frac{1}{3}$ de ce rectangle ».

Où va-t-on ?

Les activités de mesurage et de fractionnement enrichissent progressivement l'univers des nombres. Ceux-ci rendent de plus en plus complexes les techniques de calcul. La fraction dépasse le stade où elle exprime un fractionnement d'une grandeur. Elle représente désormais un nombre qui exprime le quotient de deux nombres, le rapport ou le taux reliant deux grandeurs, l'abscisse d'un point sur une droite et, dans le chapitre du traitement de données, la fréquence d'un évènement. On intercale des fractions et des décimaux entre deux naturels consécutifs sur une droite graduée. On réalise également que plusieurs fractions peuvent désigner l'abscisse d'un même point de la droite.

Contenus	Directives et commentaires
Comparaison de fractions, de décimaux et de pourcentages. Composition de deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un.	L'utilisation de fractions sous des formes variées (opérateur, rapport et partage) est l'occasion de réactiver les notions acquises dans le fondamental. On peut viser une maitrise du sens en recourant à des modèles géométriques ou en observant des régularités dans des suites. On peut rendre plausible la règle de la multiplication d'un entier par une fraction ou par un décimal en étudiant et prolongeant des suites d'opérations du type : $20 \times 4 = 80$ $8 \times 100 = 800$ $20 \times 2 = 40$ $8 \times 10 = 80$ $20 \times 1 = 20$ $8 \times 1 = 8$ D'une multiplication à l'autre, chaque produit est divisé par 2 (respectivement par 10). On peut prolonger ces suites d'opérations pour conjecturer les produits $20 \times \frac{1}{2} = 10$ $8 \times 0{,}1 = 0{,}8$ De même pour la division, on peut prolonger les suites du type : $20 : 4 = 5$ $8 : 100 = 0{,}08$ $20 : 2 = 10$ $8 : 10 = 0{,}8$ $20 : 1 = 20$ $8 : 1 = 8$

	D'une division à l'autre, chaque quotient est multiplié par 2 (respectivement par 10). On peut prolonger ces suites d'opérations pour conjecturer les quotients $20 : \frac{1}{2} = 40$ $\qquad 8 : 0{,}1 = 80$
Représentation de fractions simples sur une droite graduée.	On précise les notions d'origine, de repère et d'abscisse. La représentation permet de montrer que les fractions simples peuvent être considérées comme des nombres, au même titre que les naturels et les décimaux. Les fractions équivalentes $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{4}$ représentent le même nombre et proposent d'autres écritures de l'abscisse $0{,}5$ sur la droite graduée. La fraction $\frac{1}{3}$ nomme précisément une abscisse de la droite graduée.

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Associer l'idée de « est avant », « est sur » et « est après » sur la droite graduée à la notion « est plus petit que », « est égal à » ou « est plus grand que » dans un ensemble de nombres.
- Maitriser les conventions d'écriture mathématique des fractions et des nombres décimaux.

Appliquer une procédure

- Utiliser les fractionnements les plus courants d'un objet réel ou représenté.
- Ordonner et comparer des fractions ou des nombres décimaux.
- Représenter des fractions sur une droite graduée.

COMPÉTENCES COMMUNES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Justifier une méthode de calcul en utilisant les propriétés des opérations.
- Reconnaitre les circonstances d'utilisation des termes usuels, des notations et des opérations propres aux nombres.
- Vérifier avec une calculatrice la plausibilité d'un résultat.

Appliquer une procédure

- Respecter les priorités des opérations pour effectuer des opérations dans des situations variées.
- Estimer l'ordre de grandeur d'un résultat avant d'opérer.
- Effectuer un calcul comportant plusieurs étapes à l'aide d'une calculatrice.

4. LE CALCUL LITTÉRAL ET LES ÉQUATIONS

D'OÙ VIENT-ON ?

Au fondamental, la lettre représente généralement un objet (comme L et ℓ dans la formule de l'aire d'un rectangle). Elle n'est pas considérée comme un élément d'un ensemble au sein duquel sont définies des opérations clairement explicitées.
À ce niveau, le signe d'égalité dans une expression est le plus souvent l'annonce d'un résultat ; ce n'est que rarement le symbole d'une relation symétrique.

OÙ VA-T-ON ?

Les problèmes de dénombrement qui portent sur des régularités dans des suites de motifs sont une source d'activités stimulantes pour le raisonnement : les configurations de figures et parfois de nombres figurés constituent un champ expérimental qui se prête à l'observation, à la généralisation, à l'argumentation et à la vérification.
En ce domaine, on se limite à l'observation méthodique des régularités, à la construction d'un tableau de nombres et à la modélisation par une formule. On n'envisage pas la mémorisation des formules découvertes. La lettre est successivement considérée comme une indéterminée (lorsqu'on rédige des identités), comme une variable (les formules dans le cadre de dénombrements) et comme une inconnue (dans le cadre de la résolution d'une équation).
Ces différents sens de la lettre ne doivent pas faire l'objet d'une théorisation ; ils doivent être un fil conducteur pour démêler les difficultés d'apprentissage et d'images mentales que s'en font les élèves. Le calcul littéral attribue aussi au signe d'égalité un nouveau sens (la relation symétrique) qui s'illustre dans les identités remarquables et dans la résolution d'équations simples.
De nombreux contenus et compétences décrits ci-dessous trouvent un éclairage significatif dans les chapitres sur les nombres naturels, rationnels ou entiers, ainsi que dans le domaine de la géométrie.

En première année, on évite de soumettre aux élèves des expressions trop complexes (quant au degré, au nombre de parenthèses, de termes ou de facteurs) comportant plus d'une variable.

Contenus	Directives et commentaires
Dénombrement à l'aide d'expressions littérales. Détermination d'un élément d'une suite de nombres représentés par des motifs numérotés en fonction de leur rang.	Dans l'étude de suites de motifs, on insiste pour que l'élève exprime en français son programme de calcul, puis qu'il le traduise en une formule. Dégager plusieurs formules de l'observation introduit naturellement l'utilité du calcul algébrique. La première configuration ou le premier dessin correspond au rang 1.
Représentation littérale des nombres. Expression en français de formules littérales. Expression littérale de propriétés d'opérations. Valeur numérique d'une expression littérale.	On écrit une expression littérale, une formule pour exprimer qu'un nombre est pair, impair, qu'il est « multiple de », qu'il est « consécutif à », qu'il est le « carré de » ; pour calculer un périmètre, une aire, … On montre que la lettre peut être perçue comme une variable. On illustre les propriétés des opérations par des calculs numériques qui engagent des nombres naturels, des entiers et des décimaux.

Développement, mise en évidence dans des expressions littérales simples de la forme $a(b+c)$ ou $ab+ac$. Réduction de termes semblables.	Le signe d'égalité dans une identité a un caractère symétrique, ce qui n'est pas le cas lorsque ce signe attribue son résultat à une situation opératoire.
Problèmes modélisés par une équation de la forme $a+x=c$, $ax=c$, $ax+b=c$ (a non nul) avec des coefficients numériques.	L'objectif est d'apprendre à utiliser une lettre pour représenter l'inconnue. On encouragera la résolution de ces équations par des méthodes intuitives ou en réinvestissant des procédés du fondamental (substitution, résolution sagittale, opérations réciproques, …). Les problèmes traités sont très élémentaires. Outre le choix d'une inconnue, la mise en équation et sa résolution, on s'intéresse à la vérification et à la plausibilité de la solution, ainsi qu'à une formulation correcte de la réponse au problème.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Associer une expression littérale à une famille de nombres.
- Maitriser les conventions d'écriture mathématique des expressions littérales.
- Justifier l'égalité de deux expressions littérales en utilisant des propriétés des opérations.
- Reconnaitre la nature d'une expression littérale (somme de termes, produit de facteurs, …).
- Justifier une distributivité par un dessin ou un exemple géométrique.
- Passer d'un langage courant au langage algébrique et réciproquement.

Appliquer une procédure

- Dénombrer par un calcul et le cas échéant par une formule.
- Calculer des valeurs numériques d'expressions littérales (par exemple dans des formules d'aires ou de volumes).
- Passer d'une forme littérale à une autre en utilisant la distributivité simple ou la mise en évidence.
- Transformer des expressions littérales, en respectant la relation d'égalité et en ayant en vue une forme plus commode.
- Résoudre une équation de la forme $a+x=b$ ou $ax=b$ ou $ax+b=c$.

Résoudre un problème

- Élaborer une formule qui traduit une régularité dans des suites de motifs (ou de nombres).
- Construire des expressions littérales où la lettre a le statut d'indéterminée, de variable ou d'inconnue.
- Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $a+x=b$ ou $ax=b$ ou $ax+b=c$.
- Traduire une expression littérale ou exploiter un programme de calcul.

Solides et figures

1. Les mouvements dans le plan

D'OÙ VIENT-ON ?

Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, les élèves ont appris à distinguer les figures superposables de celles qui ne le sont pas. L'observation de ces figures leur a permis de conjecturer des propriétés. Au moyen de la règle graduée, de l'équerre et du compas, ils ont tracé ces figures. En s'appuyant sur des quadrillages, ils ont construit le symétrique d'une figure et ont reconnu la présence d'un axe de symétrie dans des figures géométriques simples.

OÙ VA-T-ON ?

En première, on utilise des papiers transparents pour distinguer les figures superposables. On privilégie les directions naturelles que sont les verticales et les horizontales pour introduire les premiers mouvements dans le plan. On apprend ensuite à reconnaitre toutes les isométries et à les décrire en termes de mouvements tels que « glisser », « retourner » ou « tourner ». On installe les premières notions relatives aux isométries dans deux contextes : à partir de l'analyse des mouvements dans l'espace (ceux du papier transparent, d'une porte autour de sa charnière, …) pour analyser leurs correspondants dans le plan à partir de frises, de papiers peints, de pavages et de rosaces.
Il existe une relation entre l'art et la géométrie : là où il y a harmonie, rythme, unité, la géométrie voit symétrie, loi, ordre. Ces deux visions se complètent et s'éclairent.

Contenus	Directives et commentaires
Translations, symétries orthogonales, symétries centrales, rotations.	Les mouvements les plus simples de l'espace physique permettent d'associer les transformations aux verbes glisser, retourner et tourner.
Caractérisation de la translation, de la symétrie orthogonale et de la symétrie centrale.	La caractérisation de la rotation est au programme de deuxième.
Régularité dans les figures géométriques connues et dans des objets.	Des images d'édifices, de frises, de pavages, de rosaces, de fleurs constituent des exemples de modèles répétitifs.
Reconnaissance des invariants fondamentaux communs aux quatre isométries : - conservation de l'alignement des points, - conservation de la longueur des segments, - conservation de l'amplitude des angles, - conservation du parallélisme des droites.	Les objets étant considérés comme rigides et les mouvements des objets non déformants, il est naturel de reconnaitre comme évidents les invariants fondamentaux.
Repérage sur un axe. Abscisse d'un point sur un axe. Repérage sur un quadrillage. Coordonnées d'un point sur un quadrillage.	Le repérage est un outil qui peut s'utiliser dans différentes parties du programme. Le lien est établi entre les quadrants du repère cartésien et les couples de nombres entiers.
Construction aux instruments de l'image de figures par une translation, une symétrie orthogonale, une symétrie centrale.	Travailler sur un quadrillage muni ou non d'un repère cartésien rend les tracés plus faciles. Les invariants fondamentaux permettent de vérifier la précision des tracés.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie plane.
- Comparer des figures et reconnaitre la transformation qui les associe.
- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins ou de figures, reconnaitre et caractériser une translation, une symétrie orthogonale, une symétrie centrale.
- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence d'invariants fondamentaux.
- Justifier par des invariants la conservation d'une propriété d'une figure lorsqu'elle subit une transformation.
- Décrire les différentes étapes de la construction de l'image d'une figure par une transformation.

Appliquer une procédure

- Associer un point et son abscisse sur un axe.
- Associer un point et ses coordonnées sur un quadrillage.
- Construire aux instruments l'image de figures par une translation, une symétrie axiale, une symétrie centrale en utilisant diverses propriétés de ces transformations.

2. LES SOLIDES

D'OÙ VIENT-ON ?

L'enfant vit et se meut dans l'espace : se situer, situer un objet dans l'espace et sur des représentations planes de l'espace sont des apprentissages essentiels qui jalonnent toutes les étapes de la formation.
Dans l'enseignement fondamental, il étudie d'abord les objets qui lui sont familiers : les cubes, les blocs, les boites, les maisonnettes, etc. Les traces laissées dans le sable par des blocs, les papiers qui emballent les boites, … alimentent le stock des figures planes qu'on étudie ensuite.
Il analyse et construit les développements de cubes et de parallélépipèdes rectangles. Il apprend à repérer, à partir du développement, une face ou une arête du solide.
La notion de volume est étudiée à partir de remplissage : elle reste liée à des objets qu'il manipule. La maitrise des formules de volume et leur utilisation ne sont rencontrées que pour le cube et le parallélépipède rectangle.

OÙ VA-T-ON ?

On associe un solide à ses représentations planes : les développements, les vues coordonnées, les traces et la perspective cavalière. Ces observations servent de contexte pour parler des points, des droites, des plans, des angles, … et apprendre à les déterminer. **Les solides resteront un domaine d'activités et de problèmes explorés en deuxième année même si aucun contenu nouveau ne sera abordé à ce niveau.**
L'apport de certains logiciels permet aux élèves de mieux visualiser les différentes représentations planes d'un objet.
Les images mentales développées par ce travail sur les solides serviront plus tard de support à l'étude de la géométrie de l'espace, tant synthétique qu'analytique.

Contenus	Directives et commentaires
Reconnaissance, comparaison et classement de solides. Lien entre un solide et ses représentations planes.	On facilite le classement en permettant aux élèves de manipuler des objets réels. On compare différents types de représentations planes : photographies, plans de bâtiments, représentations en vues coordonnées et en perspective. Le lien entre la perspective cavalière et l'ombre au soleil du « squelette » d'un solide peut être établi.
Représentations planes de cubes, de parallélépipèdes rectangles et de prismes droits.	On réalise quelques dessins de ces solides ou d'assemblages de ceux-ci en perspective cavalière. Dans une représentation plane d'un objet de l'espace, on apprend à repérer les éléments représentés en vraies grandeurs.
Sommets, côtés, arêtes, faces. Positions relatives de sommets, d'arêtes, de faces.	On manipule des objets réels représentant de nombreux solides (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits).
Plan, droite, segment de droite, point. Positions relatives de deux droites, d'une droite et d'un point du plan.	On considère les termes « plan », « droite » et « point » comme des termes primitifs qu'on ne définit donc pas, mais on les envisage comme prolongement d'une face, d'une arête, comme intersection de deux droites. On envisage le parallélisme, la perpendicularité et l'intersection de deux droites. On précise, à partir de manipulations et/ou d'utilisation de logiciels, différentes manières de déterminer une droite et un plan.

Développements de cubes, de parallélépipèdes rectangles et de prismes droits.	On apprend à imaginer un solide à partir de son développement. On montre que plusieurs développements d'un même solide sont possibles.
Volume de cubes, de parallélépipèdes rectangles et de prismes droits. Aire de faces de ces solides.	On relie la notion de volume à un remplissage d'un solide avec une unité de volume. Cette matière se prête à des activités numériques : des dénombrements, la représentation littérale des nombres, l'utilisation des unités du système métrique, l'écriture et le calcul du carré et du cube d'un nombre.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie des solides.
- Reconnaitre, comparer, différencier et classer des solides sur base de leurs éléments caractéristiques.
- Reconnaitre et comparer différents types de représentations planes de solides.

Appliquer une procédure

- Construire les développements possibles de solides (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits).
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement[25].
- Construire un parallélépipède rectangle en perspective cavalière.
- Construire, utiliser et transformer des expressions littérales pour calculer le périmètre ou l'aire de faces, le volume de solides.

Résoudre un problème

- Résoudre des problèmes d'aires, de volumes, de développement.
- Dans une représentation en perspective d'un objet de l'espace, repérer les éléments en vraie grandeur.
- En utilisant une représentation en perspective d'un objet de l'espace, dessiner en vraie grandeur certains éléments déformés par la projection.

[25] Voir l'outil d'évaluation : Miroir (Site enseignement.be, page 24514).

3. Les figures planes

D'où vient-on ?

Dans l'enseignement fondamental, l'élève amorce de manière dynamique l'étude des propriétés des figures planes : quadrilatères construits avec des tiges articulées, bandes de papier à côtés parallèles qu'il superpose ou qu'il coupe, ficelles fermées tendues avec les doigts, élastiques sur un géoplan, …
Il développe la capacité d'établir des liens logiques. Il apprend progressivement (dans des situations, à l'intérieur de défis, …) à utiliser de manière adéquate les mots comme : tous, quelques-uns, un seul, … et recourt à des mots-liens comme : et, ou, si… alors, donc, parce que.
Il acquiert une certaine habilité dans le maniement de la règle graduée, de l'équerre simple et du compas. Le compas est utilisé uniquement pour tracer des cercles et pour partager le disque en trois ou six parties. L'équerre conventionnelle (ou celle que l'on fabrique par pliage) lui permet de distinguer les angles aigus, droits ou obtus.

Où va-t-on ?

On aborde l'étude des figures en utilisant de manière coordonnée les acquis du fondamental et les propriétés des transformations. On rédige des énoncés de propriétés de façon à les rendre disponibles pour les justifications ultérieures.
On attire l'attention sur les liens de parenté entre divers énoncés (par exemple entre des propriétés des isométries et des propriétés de figures) ce qui conduit progressivement à élaborer une théorie.
Une compétence réelle en géométrie doit passer par les mains : les contraintes liées aux instruments requièrent une analyse de la figure à construire et mettent en évidence ses propriétés. C'est pourquoi des problèmes de construction s'articulent à toutes les notions que l'on travaille.
Si l'utilisation de logiciels peut contribuer efficacement à la formation géométrique, elle ne peut cependant pas se substituer complètement aux constructions manuelles.

Contenus	Directives et commentaires
Triangle isocèle, équilatéral, rectangle. Quadrilatère, trapèze, rectangle, parallélogramme, losange, carré.	La définition et les propriétés des figures sont liées aux transformations du plan. Des activités d'assemblage de triangles et les propriétés des transformations peuvent favoriser la découverte de propriétés des figures. On établit quelles propriétés suffisent pour construire ces figures. On énonce les propriétés des diagonales d'un quadrilatère. On montre qu'une condition supplémentaire sur une famille de figures peut en définir une nouvelle. On explique l'utilité des définitions emboitées. On montre qu'apprendre à définir est plus important qu'apprendre de multiples définitions.
Distance entre deux points. Cercles. Report d'un segment de droite donné.	Le cercle et le disque sont définis comme ensembles de points du plan vérifiant une condition de distance.
Tracé d'une droite parallèle et d'une droite perpendiculaire à une autre, de la médiatrice d'un segment, de la bissectrice d'un angle. Tracé de l'hexagone régulier et du carré inscrits. Tracé des droites remarquables des triangles.	Il est intéressant de confronter les différentes techniques possibles et le choix des instruments (latte, équerre, compas, équerre graduée) pour une même construction. À cet effet, la manipulation d'un logiciel adapté à la construction géométrique est recommandée.

Reproduction d'une figure plane en vraie grandeur ou à l'échelle. Construction d'agrandissements ou de réductions de figures.	La reproduction à l'échelle se fait en lien avec la proportionnalité.
Périmètre et aire de figures.	On relie la notion d'aire à un recouvrement de figure avec une unité d'aire. Cette matière se prête à des activités numériques, à des dénombrements, à la représentation littérale des nombres, à l'utilisation des unités du système métrique, à l'écriture et au calcul du carré d'un nombre.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie des figures planes.
- Énoncer et comprendre quelles propriétés suffisent pour construire des figures géométriques particulières[26].
- Reconnaitre, comparer, différencier et classer des figures planes.
- Relever des régularités dans des familles de figures planes et en tirer des propriétés relatives aux angles, aux distances et aux droites remarquables.

Appliquer une procédure

- Tracer des figures simples avec des instruments.
- Reproduire une figure plane en vraie grandeur ou à l'échelle.
- Tracer une droite perpendiculaire à une autre.
- Tracer la médiatrice d'un segment.
- Tracer la bissectrice d'un angle.
- Tracer la hauteur d'un triangle ou d'un parallélogramme.
- Tracer une médiane d'un triangle ou d'un quadrilatère.
- Tracer un hexagone régulier et un carré inscrits à un cercle.

Résoudre un problème

- Résoudre des problèmes de construction à propos de triangles, de cercles ou de quadrilatères.
- Résoudre des problèmes faisant intervenir des longueurs ou des aires de figures planes.

[26] Voir l'outil d'évaluation : Alignement de points (Site enseignement.be, page 24514).

Grandeurs

1. La mesure des angles

D'où vient-on ?

Au fondamental, l'élève découvre et observe l'angle droit, il distingue les angles aigus et obtus dans les surfaces planes, il fabrique un rapporteur gradué en angles droits et fractions de l'angle droit par pliage. Il apprend à utiliser le rapporteur, mais son usage n'est pas entièrement maitrisé.

Où va-t-on ?

L'élève construit une procédure d'utilisation du rapporteur pour mesurer un angle d'une figure, pour comparer des angles qu'on ne peut superposer, pour tracer ou reporter des angles d'amplitudes données. Il est intéressant de confronter les différentes techniques possibles et le choix des instruments (compas, équerre graduée, rapporteur) pour une même construction.

Contenus	Directives et commentaires
Amplitude des angles. Usage du rapporteur. Angles adjacents. Somme de deux angles. Angles complémentaires, angles supplémentaires. Report d'un angle donné. Tracé de la bissectrice d'un angle.	L'usage du rapporteur est l'occasion de rappeler que la mesure d'un angle est indépendante des longueurs des côtés qui bordent cet angle. On construit l'angle somme de deux angles. On mesure son amplitude. La mesure de certains angles peut aussi être déterminée par déduction. La mobilisation de ces concepts trouve son sens dans des contextes géométriques.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Reconnaitre des angles adjacents, complémentaires, supplémentaires.
- Déduire des mesures d'angles à l'aide de propriétés dans des situations simples.

Appliquer une procédure

- Mesurer l'amplitude d'un angle avec un rapporteur.
- Tracer un angle d'amplitude donnée.
- Reporter des angles.
- Tracer la bissectrice d'un angle.

Résoudre un problème

- Résoudre des problèmes de construction à propos d'angles de mesures particulières[27].

[27] Voir l'outil d'évaluation : Construction (Site enseignement.be, page 24514).

2. Les grandeurs proportionnelles

D'où vient-on ?

Dans l'enseignement fondamental, on manipule des objets ou des représentations des objets ainsi que des situations qui mettent en présence des grandeurs proportionnelles. Il s'agit souvent de tableaux verticaux qui présentent face à face ces grandeurs. Une représentation sagittale montre explicitement le passage d'une ligne du tableau à une autre.

Où va-t-on ?

La proportionnalité est travaillée à partir des notions d'échelle, de vitesse, de prix unitaire, de pourcentage. On étudie les régularités dans des tableaux donnés, on étend des tableaux de proportionnalité en utilisant le rapport interne.

Contenus	Directives et commentaires
Dans un ensemble de situations, reconnaissance de celles qui mettent en œuvre des grandeurs directement proportionnelles. Reconnaissance d'un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres à partir des rapports internes.	La construction d'un tableau qui met en relation les valeurs particulières de deux grandeurs est un outil de résolution de problèmes qu'il faut privilégier. L'examen d'un tel tableau permet de déterminer si les grandeurs sont proportionnelles à partir des rapports internes et, le cas échéant, de s'en servir pour résoudre les problèmes liés à la règle de trois. Dans ce contexte, on interprète un pourcentage et une échelle comme des rapports particuliers.

Expliciter les savoirs et les procédures

- Reconnaitre dans un énoncé une situation de proportionnalité directe.
- Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.
- Justifier l'usage d'un pourcentage dans un calcul.

Appliquer une procédure

- Compléter un tableau de proportionnalité.
- Utiliser les pourcentages ou les échelles comme un rapport particulier.

Résoudre un problème

- Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, étendre, exploiter un tableau de nombres.
- Interpréter un énoncé mettant en œuvre deux grandeurs proportionnelles[28].

[28] Voir les outils d'évaluation : Abri de jardin et Prix de l'image (Site enseignement.be, page 24514).

Traitement de données

LES PRÉSENTATIONS DE DONNÉES

D'OÙ VIENT-ON ?

Dans l'enseignement fondamental, les enfants argumentent à partir de données issues de contextes divers. Ils apprennent à lire divers supports de l'information chiffrée : un graphique, un tableau, un diagramme. Ils calculent des moyennes arithmétiques de nombres naturels.

OÙ VA-T-ON ?

Les données chiffrées que l'on apprend à présenter et à analyser sont souvent liées à des observations statistiques. À partir de données « en vrac », on établit des comparaisons, on exprime les avantages et les limites de diverses représentations.
La réalisation de ces diagrammes développe un recours fréquent aux rapports, aux pourcentages et aux nombres décimaux. Ces champs conceptuels trouvent ici de nombreuses contextualisations, surtout si les sujets d'étude sont choisis en fonction de l'actualité ou de leur utilisation dans les cours de sciences et d'étude du milieu.

Contenus	Directives et commentaires
Présentation en tableaux structurés de données numériques discrètes. Représentation graphique (diagrammes en bâtonnets, circulaires, évolutifs). Interprétation de différents types de représentations graphiques.	La présentation de données conduit à l'acquisition de méthodes d'organisation et d'interprétation. Les représentations graphiques simples peuvent être réalisées ou préparées par un tableur. Les calculs relatifs à la construction de diagrammes doivent conduire l'élève à utiliser des nombres décimaux et des rapports. Les diagrammes évolutifs éclairent l'usage des couples de nombres.

COMPÉTENCES

Expliciter des savoirs et des procédures

- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.

Appliquer une procédure

- Présenter des données numériques sous forme d'un diagramme en bâtonnets, circulaire ou évolutif.

Résoudre un problème

- Établir des liens entre les informations fournies par un tableau de nombres et un diagramme exploitant le même ensemble de données[29].

[29] Voir les outils d'évaluation : Sport à l'école et Sécurité routière (Site enseignement.be, page 24514).

2^{e} année

Nombres

Des compétences de base du calcul des nombres comme le respect des priorités des opérations et l'utilisation à bon escient des conventions d'écriture mathématique s'exercent aussi bien avec les nombres naturels, rationnels et entiers, que lors de la manipulation d'expressions littérales plus complexes.
Le découpage du programme suivant les quatre chapitres qui viennent d'être évoqués ne peut pas être un obstacle à l'apprentissage de compétences communes. Celles-ci sont regroupées dans une liste unique en fin du troisième chapitre. Les compétences particulières à chaque chapitre sont proposées à la fin de chacun de ceux-ci.

1. LES NOMBRES NATURELS

D'OÙ VIENT-ON ?

On a appris les procédures, les propriétés et les priorités des opérations sur les nombres. Dans le cadre du produit, on a observé l'existence des nombres premiers.

OÙ VA-T-ON ?

On prolonge le travail arithmétique de la première année en préparant les outils nécessaires pour opérer sur les rationnels.
La division euclidienne intervient dans de nombreux raisonnements. Elle sera réactivée en troisième pour diviser des polynômes et pour simplifier des fractions algébriques.

Contenus	Directives et commentaires
Ensemble des multiples d'un nombre. Nombres premiers entre eux.	On utilise l'écriture littérale d'un nombre pair, impair, de deux nombres consécutifs, …, d'un multiple de 3, d'un multiple de 9 augmenté de 1,… pour expliquer quelques phénomènes numériques et les justifier par une méthode algébrique. La justification d'une conjecture est motivée aux yeux des élèves par l'analyse d'exemples, par l'absence apparente de contre-exemple, par la vérification d'un énoncé. Par exemple, on peut justifier que la somme de deux nombres impairs consécutifs est un multiple de 4, que la somme des a premiers nombres pairs vaut $a(a+1)$ ou que la somme des a premiers nombres impairs vaut a^2. La caractérisation des nombres premiers entre eux est nécessaire pour établir que tout nombre divisible par deux nombres premiers entre eux, est divisible par leur produit.

	Les caractères de divisibilité par 3 et par 9 mettent en relation la divisibilité avec la somme des chiffres[30] d'un nombre : ce caractère est surprenant. C'est une situation privilégiée pour introduire le raisonnement déductif.
Division euclidienne. Relations $a = bq + r$ et $\frac{a}{q} = b + \frac{r}{q}$, avec $r < b$.	Ces relations permettent de trouver une valeur approchée d'un quotient, pour le situer entre deux naturels sur une droite graduée.
PGCD et PPCM de deux nombres.	La recherche du côté du plus grand carré qui pave un rectangle, de la plus grande arête de cube qui remplit un parallélépipède rectangle sont des problèmes privilégiés pour introduire la notion et le calcul d'un PGCD. De même, la recherche du côté du plus petit carré qu'on peut former à partir d'un pavage de rectangles, la recherche de l'arête du plus petit cube formé de parallélépipèdes rectangles identiques, peuvent servir à introduire la notion et le calcul d'un PPCM. Toutes ces matières comportent des procédures qu'il s'agit non seulement d'exécuter correctement mais encore de justifier et d'appliquer à bon escient. À titre d'extension facultative, on peut, dans une situation de recherche, faire découvrir aux élèves que le produit de deux nombres est le produit de leur PGCD et de leur PPCM.

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures
- Justifier les procédures de recherche d'un PGCD ou d'un PPCM.

Appliquer une procédure
- Calculer la valeur approchée d'un quotient.
- Encadrer un quotient.
- Rechercher un PGCD ou un PPCM.

Résoudre un problème
- Résoudre un problème faisant appel à la division euclidienne.
- Résoudre un problème qui utilise un PGCD ou un PPCM.

[30] Cette façon de s'exprimer est un abus de langage. On devrait dire : … avec la somme des nombres formés par chacun des chiffres d'un nombre...

2. Les nombres entiers

D'où vient-on ?

Les élèves peuvent opérer sur les nombres négatifs. Ils ont appris à les situer dans un repère, dans un quadrillage.

Où va-t-on ?

Les puissances de nombres entiers apparaissent comme des écritures simplifiées de produit de facteurs égaux. Cette notation est utilisée essentiellement sur des nombres et pas sur les écritures littérales. Le produit d'un nombre décimal et d'une puissance entière de 10 permet de découvrir l'écriture (ou la notation) scientifique d'un nombre. Les élèves la rencontrent dans les cours de sciences, d'étude du milieu et d'éducation par la technologie.

Contenus	Directives et commentaires
Quotient de deux nombres entiers. Règle du signe du quotient.	Les règles connues pour les nombres naturels sont étendues aux nombres entiers. La règle du signe du quotient ramène le calcul sur les fractions à termes entiers au calcul avec des fractions à termes naturels. La règle du signe du quotient est utilisée dans la mise en évidence.
Puissance à exposants naturels. Puissance entière de 10.	Les propriétés des puissances sont appliquées dans un cadre numérique. On profite de l'application des propriétés des puissances pour formaliser une écriture littérale de celles-ci. On examine des suites de puissances de 10 et on interprète l'écriture scientifique des nombres donnée par la calculatrice.

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Maitriser la règle des signes dans des calculs algébriques.

Appliquer une procédure

- Manipuler des expressions comportant des puissances à exposants naturels.
- Passer de l’écriture décimale d’un nombre à son écriture scientifique et vice-versa.
- Utiliser et comparer des nombres en écriture scientifique.

3. LES NOMBRES RATIONNELS

D'OÙ VIENT-ON ?

Les rationnels sont à présent connus sous toutes leurs formes : rapport, fréquence et nombres. On a appris à les repérer et les classer sur un axe gradué.

OÙ VA-T-ON ?

On utilise les propriétés opératoires des fractions. Il ne faut pas perdre de vue que les fractions sont des outils pour résoudre des problèmes et non des concepts qui ne seraient manipulés que pour eux-mêmes. L'intuition doit continuer à jouer un rôle important.

Contenus	Directives et commentaires
Fractions à termes entiers. Fractions équivalentes.	Les fractions à termes entiers permettent d'exprimer le résultat de quotients obtenus en effectuant la division du numérateur par le dénominateur ; elles rendent possible, sans restriction, la division de deux nombres entiers. La simplification des fractions exprime que l'équation $7x = 3$ admet la même solution que les équations obtenues en multipliant les deux membres par un même nombre non nul : $14x = 6$, $-21x = -9$, … et que les fractions $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{14}$, $\frac{-9}{-21}$, … désignent le même nombre. L'équivalence des fractions exprime également que les fractions $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{14}$, $\frac{-9}{-21}$, … sont l'abscisse d'un même point de la droite.
Somme et différence de fractions. Opposé d'une fraction. Produit et quotient de fractions. Inverse d'une fraction. Calcul d'expressions numériques comportant des fractions et des nombres décimaux limités. Élévation d'une fraction à une puissance à exposant naturel.	On utilise la calculatrice pour vérifier des résultats. On montre que, dans certains cas, plusieurs séquences de calculs conduisent à une même solution. La droite s'enrichit de nouvelles graduations dont les abscisses sont des fractions et des nombres décimaux négatifs. On rend plausible les produits et quotients d'un nombre par une fraction, conjecturés en 1re année. On utilise l'écriture en exposant (-1) pour simplement noter, comme sur la plupart des claviers de calculatrices, l'inverse d'une fraction.
Valeurs approchées et encadrements d'une fraction à une unité décimale près.	On montre comment encadrer des fractions positives et négatives par des nombres décimaux. Cette étude relie la notion de fraction comme quotient de deux naturels à l'égalité $a = bq + r$ (avec $r < b$) et à l'usage de la calculatrice.

COMPÉTENCES PARTICULIÈRES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Maitriser les conventions d'écriture mathématique des opérations sur des fractions.
- Confirmer ou infirmer un encadrement donné d'une fraction.

Appliquer une procédure

- Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées avec des fractions.

Résoudre un problème

- Résoudre un problème simple conduisant à une équation avec éventuellement des coefficients fractionnaires.

COMPÉTENCES COMMUNES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Justifier une méthode de calcul en utilisant les propriétés des opérations.
- Reconnaitre les circonstances d'utilisation des termes usuels, des notations et des opérations propres aux nombres.
- Vérifier avec une calculatrice la plausibilité d'un résultat.

Appliquer une procédure

- Respecter les priorités des opérations pour effectuer des opérations dans des situations variées.
- Estimer l'ordre de grandeur d'un résultat avant d'opérer.
- Effectuer un calcul comportant plusieurs étapes à l'aide d'une calculatrice.

4. LE CALCUL LITTÉRAL ET LES ÉQUATIONS

D'OÙ VIENT-ON ?

En première année, les égalités d'expressions littérales utilisent des propriétés caractéristiques comme la réduction de termes semblables ou la simple distributivité. D'autres égalités montrent des relations entre éléments géométriques ou traduisent des énoncés et des propriétés relatifs aux nombres.
Les formules liées au dénombrement sont exprimées en fonction du rang du motif.

OÙ VA-T-ON ?

Les conventions et les règles qui régissent les transformations d'écritures littérales sont développées. On insiste également sur une utilisation plus rigoureuse du signe d'égalité. Certaines propriétés des égalités peuvent s'étendre aux inégalités et sont illustrées la plupart du temps dans un contexte géométrique.
On veille à ne pas utiliser de lettres dans des dénominateurs lors de l'apprentissage des transformations d'expressions algébriques qui donnent un sens à la distribution et à la réduction de termes.
Dans tous les cas, on ne dépasse pas le niveau de complexité nécessaire au traitement d'expressions algébriques courantes qui se rencontrent naturellement dans le cadre de problèmes contextualisés.

Contenus	Directives et commentaires
Problèmes de dénombrement dans des contextes numériques et géométriques.	On met l'accent sur l'élaboration de relations entre deux variables ; par exemple, la relation entre le nombre de rotations qui laissent un polygone régulier invariant et le nombre de côtés de ce polygone, la relation entre la somme des angles d'un polygone et le nombre de ses côtés.
Propriétés fondamentales de l'égalité.	Certaines propriétés des égalités peuvent s'étendre aux inégalités. En dehors des inégalités triangulaires, on n'a guère d'occasion d'utiliser des inégalités en deuxième année. On n'envisage donc pas les transformations d'inégalités qui impliquent un produit par un négatif.
Principes d'équivalence des équations. Problèmes modélisés par une équation de la forme $a + bx = c + dx$.	Les élèves ne doivent résoudre que des équations du type de celles que l'on rencontre dans des problèmes. Cela limite la complexité des exercices de résolution d'équations.
Extension de la hiérarchie des opérations et conventions d'écriture.	On veille à apprendre à maitriser des parenthèses avant d'apprendre à les supprimer. Des parenthèses superflues aident parfois à structurer et à interpréter une expression. On explicite soigneusement les conventions et les règles qui régissent l'écriture littérale. Le signe « $=$ » sera utilisé de manière rigoureuse.
Transformations d'expressions littérales qui utilisent la distributivité, la réduction de termes semblables, la mise en évidence.	Les transformations d'expressions littérales permettent de démontrer les propriétés arithmétiques des naturels, des fractions et des entiers.

	En d'autres occasions, le calcul littéral s'utilise pour comparer les volumes ou les aires latérales de solides dont les mesures sont représentées par des lettres.
Égalités remarquables relatives au carré d'une somme, d'une différence et au produit de deux binômes conjugués.	Ces égalités peuvent être élaborées et exercées dans un contexte géométrique. On évite de soumettre aux élèves des expressions trop complexes comportant plus d'une variable. La systématisation de la factorisation n'est pas au programme du premier degré commun.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Dans un problème de dénombrement, justifier entre deux expressions littérales une égalité qui met en relation deux variables.
- Justifier un classement, un dénombrement, une méthode de calcul en utilisant les propriétés des opérations.
- Justifier une résolution d'équation en utilisant les principes d'équivalence.

Appliquer une procédure

- Passer d'une forme littérale à une autre.
- Manipuler des expressions littérales pour résoudre des équations.
- Calculer des valeurs numériques d'expressions littérales.

Résoudre un problème

- Modéliser un problème par une expression littérale[31].
- Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $a + bx = c + dx$.

[31] Voir l'outil d'évaluation : Construire un carré (Site enseignement.be, page 24514).

Solides et figures

1. LES MOUVEMENTS DANS LE PLAN

D'OÙ VIENT-ON ?

L'élève reconnait les isométries étudiées par la désignation de leurs éléments caractéristiques. Il sait construire aux instruments l'image d'un point, d'une figure simple, par une symétrie orthogonale, une symétrie centrale ou une translation. Ces transformations du plan décrivent les actions suggérées par les verbes « retourner », « glisser » et « tourner d'un demi-tour ». Les élèves ont découvert et utilisé les invariants fondamentaux.
Les actions suggérées par les verbes « tourner » et « agrandir » n'ont été qu'évoquées dans le cadre d'une découverte des transformations du plan.

OÙ VA-T-ON ?

De nouvelles transformations du plan vont enrichir le bagage instrumental des élèves. On approche les agrandissements et les réductions. Les projections parallèles sont introduites par le partage d'un segment en parties égales ou par l'observation de quelques propriétés des ombres au soleil.
L'étude des transformations du plan se poursuit plus tard par les similitudes, le théorème de THALÈS, le calcul vectoriel, les manipulations de graphiques, l'étude de la parité et de la réciproque d'une fonction.

Contenus	Directives et commentaires
Symétries et rotations dans les polygones réguliers. Symétries et translations dans des figures infinies.	On fait le lien entre le nombre de côtés, de symétries et de rotations des polygones réguliers.
Construction aux instruments de l'image d'une figure par une rotation dont l'angle est multiple entier de 30° ou de 45°.	Ces rotations sont celles qui sont le plus souvent utilisées dans l'analyse de figures. On relie la rotation de 90° à la perpendicularité et celle de 180° au parallélisme. On utilise les invariants fondamentaux pour vérifier la précision des tracés.
Reconnaissance des invariants déduits, communs aux quatre isométries : - conservation du milieu ; - conservation de la perpendicularité ; - conservation du périmètre et de l'aire d'une figure.	Ces nouveaux invariants qui découlent de ceux découverts en première année sont utilisés lors de problèmes de construction.
Recherche des points fixes pour les symétries et les translations.	Ces propriétés qui découlent des définitions sont utilisées lors de problèmes de construction.
Première approche des projections parallèles.	Cette approche peut être faite à partir du partage d'un segment par un faisceau de droites parallèles (celui d'une feuille lignée sur laquelle on dépose un segment tracé sur une feuille transparente). On observe la conservation des rapports dans l'ombre au soleil d'une échelle ou d'un bâton dans lequel on a planté des clous à intervalles réguliers.

Agrandissement et réduction d'une figure plane.	Cette matière constitue un contexte géométrique pour la construction de tableaux de proportionnalité. Elle permet de développer conjointement des notions de géométrie et des outils de calcul.
Effets de quelques transformations sur les coordonnées d'un point.	L'effet de quelques transformations sur les coordonnées peut être mis en parallèle avec les opérations sur les nombres : translation et addition, symétrie par rapport à zéro et passage à l'opposé, agrandissement (ou réduction) et multiplication. Pour les symétries orthogonales, on se limite à celles dont l'axe est un axe du repère. Pour les symétries centrales, on se limite à celles dont le centre est l'origine du repère. Pour les rotations, on se limite à celles autour de l'origine du repère d'un angle de plus ou moins 90°.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins ou de figures, reconnaitre et caractériser une rotation.
- Décrire les différentes étapes de la construction de l'image d'une figure par une rotation.
- Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence d'invariants fondamentaux ou déduits.
- Justifier par des invariants les propriétés d'une figure et de son image.
- Décrire l'effet d'une transformation étudiée sur les coordonnées d'un point.

Appliquer une procédure

- Construire aux instruments l'image d'une figure par une rotation dont l'angle est un multiple de 30° ou de 45° en utilisant diverses propriétés de cette transformation (y compris un invariant).
- Construire l'agrandissement et la réduction d'une figure.
- Partager un segment en segments de même longueur.

Résoudre un problème

- Résoudre des problèmes qui mettent en évidence l'utilité des invariants.

2. Les figures planes

D'où vient-on ?

De nombreux éléments fondamentaux de la géométrie ont été découverts (droite, segment, …), construits aux instruments (médiatrice, angle, bissectrice, …), classés (type de triangles, arbre des quadrilatères, …).
Les liens de parenté entre divers énoncés ou propriétés ont familiarisé l'élève à la nécessité d'ordonner ses connaissances.

Où va-t-on ?

Les problèmes de construction, l'étude de « phénomènes » géométriques comme les symétries internes de certaines figures planes conduisent à des énoncés non évidents que l'on explique : on aborde ainsi le raisonnement déductif.
La longueur n'est plus seulement liée à un report d'étalon conventionnel, elle l'est désormais à la caractérisation d'ensembles de points répondant à une condition de distance. Les inégalités triangulaires peuvent introduire le débat entre conditions nécessaires et suffisantes.
Ainsi, par exemple, le compas, l'équerre géométrique et la règle graduée éclairent différentes facettes de la notion de distance ; la construction de la médiatrice avec une équerre et une règle graduée ou à l'aide d'un compas et d'une règle graduée mettent en œuvre des propriétés distinctes ; la construction d'un rectangle en repérant les données minimales nécessaires, amène la notion de propriété suffisante.
Des représentations de solides étudiés en première permettent d'illustrer des contenus de ce chapitre.
On élabore avec les élèves des synthèses reprenant à la fois les méthodes de construction et les techniques de justifications ; ébauche des outils de démonstration pour la troisième.

Contenus	Directives et commentaires
Propriétés des figures liées à leurs symétries.	C'est ainsi qu'on peut montrer que l'existence - d'un axe de symétrie dans le triangle est une condition suffisante pour que le triangle soit isocèle ; - d'un centre de symétrie dans un quadrilatère convexe est une condition suffisante pour que celui-ci soit un parallélogramme ; - d'une rotation de 90° qui applique un quadrilatère sur lui-même est une condition suffisante pour que celui-ci soit un carré.
Inégalités triangulaires. Positions relatives d'une droite et d'un cercle. Positions relatives de deux cercles. Distance d'un point à une droite. Distance entre deux droites parallèles.	Les notions de distance peuvent s'exercer à propos de constructions d'ensembles de points vérifiant des conditions de distance. On montre que la distance prise sur la perpendiculaire à la droite passant par le point est la plus courte distance de ce point à cette droite et que la distance entre deux droites parallèles est constante.
Ensemble de points vérifiant une ou des conditions de distance. Médiatrice d'un segment. Bissectrice d'un angle. Cercle inscrit et cercle circonscrit à un triangle.	Les propriétés de ces droites s'établissent en relation avec les axes de symétrie d'une paire de points, de deux demi-droites de même origine, de deux droites sécantes. On peut par exemple rechercher le centre d'un cercle à partir de la propriété de la médiatrice.

Construction et reproduction de figures répondant à des conditions données.	La description des étapes d'une construction met en place le langage propre à la géométrie : cet exercice est une excellente préparation à la rédaction du raisonnement déductif.
Angles opposés par le sommet, angles alternes, angles correspondants. Somme des angles d'un triangle. Angles des polygones convexes.	On relie par exemple le parallélisme de deux droites à l'égalité de l'amplitude des angles alternes internes déterminés par une sécante coupant deux droites parallèles. On peut illustrer par des constructions les formules calculant les sommes d'angles de polygones.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Identifier une figure sur la base de ses axes de symétrie ou de son centre de symétrie.
- Identifier une figure sur base d'une rotation qui applique cette figure sur elle-même.
- Connaitre les propriétés qui lient les angles déterminés par deux droites parallèles et une sécante.
- Décrire les propriétés de la médiatrice d'un segment, de la bissectrice d'un angle.
- Comprendre le lien entre le nombre de côtés, de symétries et de rotations des polygones réguliers.
- Vérifier si trois segments donnés peuvent former un triangle.

Appliquer une procédure

- Reproduire des figures simples suivant une procédure donnée.
- Utiliser les propriétés des médiatrices et des bissectrices.
- Construire aux instruments les cercles inscrits et circonscrits à un triangle.
- Utiliser les propriétés qui lient les angles déterminés par deux droites parallèles et une sécante.
- Calculer les mesures possibles du troisième côté d'un triangle si l'on connait les mesures des deux autres.

Résoudre un problème

- Résoudre un problème de construction d'ensemble de points vérifiant des conditions de distance.
- Construire des figures simples répondant à des conditions données.

Grandeurs

LES GRANDEURS PROPORTIONNELLES

D'OÙ VIENT-ON ?

À partir d'un tableau de nombres, les élèves identifient une situation de proportionnalité parmi d'autres. Ils analysent les avantages et les inconvénients des informations fournies par divers types de diagrammes et de tableaux. Dans les tableaux de proportionnalité, ils ont travaillé les rapports internes.

OÙ VA-T-ON ?

On met en évidence un rapport externe liant deux grandeurs lorsque l'une de celle-ci évolue par rapport à l'autre, ce qui peut conduire à envisager le lien inverse. Ces coefficients de proportionnalité seront plus tard un outil de pensée fondamental dans l'étude des fonctions du premier degré, puis des approximations affines et finalement dans tous les phénomènes linéaires.

Contenus	Directives et commentaires
Problèmes conduisant à envisager - la proportionnalité directe de deux suites de nombres ; - le rapport constant de deux valeurs correspondantes (rapport externe ou coefficient de proportionnalité). Passage d'un rapport externe à son rapport inverse. Propriété fondamentale d'une proportion.	On met en relation des tableaux de nombres avec une représentation graphique point par point dans des situations contextualisées. On établit et utilise l'égalité entre le produit des moyens et le produit des extrêmes.

COMPÉTENCES

Expliciter les savoirs et les procédures

- Reconnaitre dans un énoncé une situation de proportionnalité directe.
- Reconnaitre un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.

Appliquer une procédure

- Construire un tableau de proportionnalité.
- Déterminer un rapport externe de deux grandeurs proportionnelles.
- Passer d'un rapport externe à son inverse.

Résoudre un problème

- Dans une situation de proportionnalité directe, compléter et exploiter un tableau de nombres.
- Comparer des tableaux de nombres ou des représentations graphiques se rapportant à des situations similaires en transformant éventuellement les données.

Traitement de données

LES PRÉSENTATIONS DE DONNÉES

D'OÙ VIENT-ON ?

En première année, on acquiert des méthodes d'organisation et d'interprétation de données présentées sous forme de tableaux ou de graphiques. Ces présentations « en vrac » ne permettent pas d'exprimer facilement le caractère dominant de ces données.

OÙ VA-T-ON ?

Le calcul de valeurs centrales motivera la recherche du sens de celles-ci et permettra d'argumenter sur leurs existences. Dans une situation simple et concrète (tirage de cartes, jets de dés), on pourra calculer la fréquence d'un évènement sous forme de rapport.

Contenus	Directives et commentaires
Représentation de données numériques discrètes. Moyenne, mode, effectif, fréquence et étendue.	On prolonge les activités de première année en fixant l'attention sur le vocabulaire spécifique élémentaire.

COMPÉTENCES

Appliquer une procédure

- Déterminer un effectif, un mode, la moyenne ou l'étendue d'un ensemble de données discrètes.
- Dans une situation simple et concrète, estimer la fréquence d'un évènement sous la forme d'un rapport.

Résoudre un problème

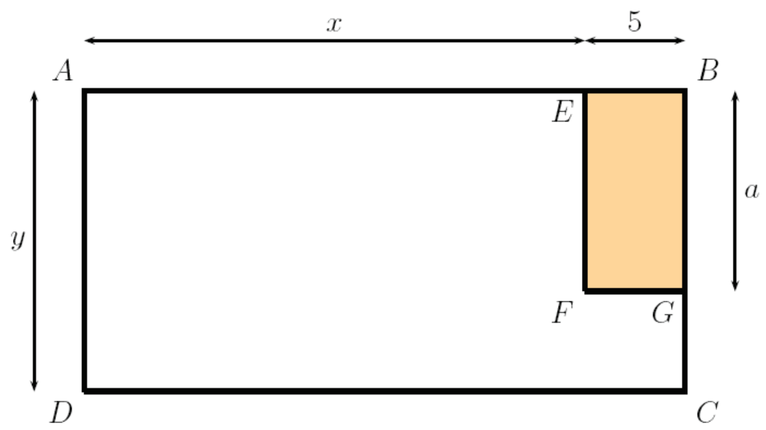
- Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.
- Argumenter le choix d'utiliser un mode ou une moyenne pour caractériser un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.
- Comparer des modes ou des moyennes se rapportant à des situations similaires en transformant éventuellement les données.

Situations d'apprentissage et situations d'évaluation

Plan de terrain

Niveau : 1re année.
Domaine : Nombres.
Axe : Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétences : - Maitriser les conventions d'écriture mathématique des expressions littérales.
- Reconnaitre la nature d'une expression littérale.
- Passer d'un langage courant au langage algébrique et réciproquement.
Commentaire : On montre que la lettre peut être perçue comme une variable.

Contexte :
Voici le plan d'un terrain $ABCD$. Le propriétaire a construit un chalet représenté sur le plan par le rectangle $BGFE$.



Tâche :
Que peut-on calculer à partir des expressions suivantes ?

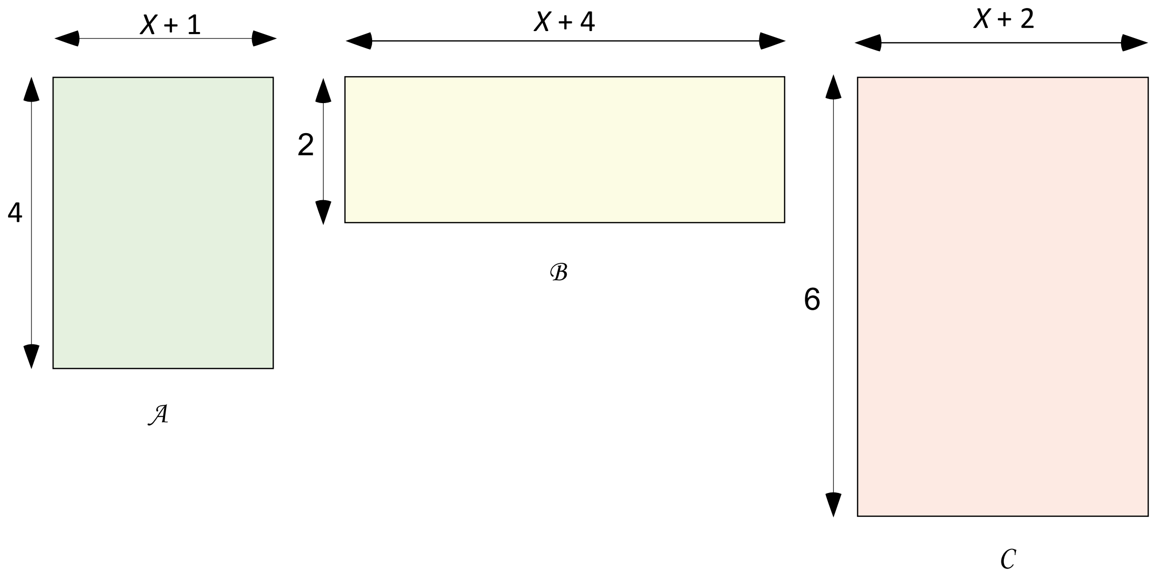
a) $x + 5$
b) $5a$
c) $2 \cdot (5 + a)$
d) $2x + 2y + 10$
e) $y - a$
f) $y \cdot (x + 5)$

Note :
Les élèves utilisent l'écriture $2 \cdot (5 + a)$ ou $2(5 + a)$ suivant leurs habitudes.

Somme d'aires

Niveau : 1re année.
Domaine : Nombres.
Axe : Appliquer une procédure.
Compétence : - Passer d'une forme littérale à une autre en utilisant la distributivité simple ou la mise en évidence.

Contexte :
Voici trois rectangles $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ dont on a précisé les dimensions des cotés :



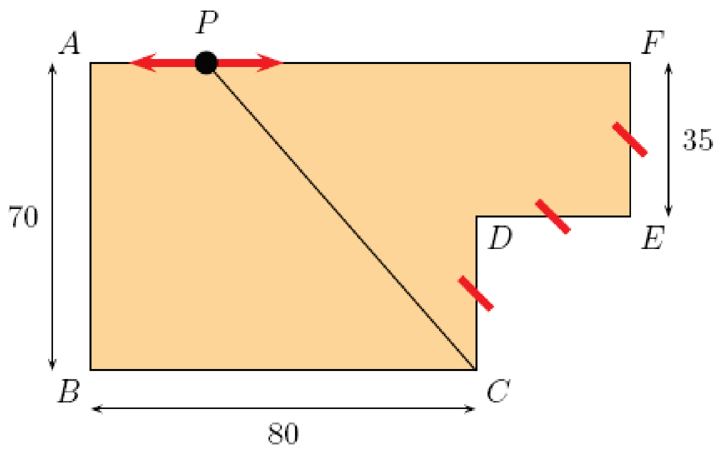
Tâche :
Vérifie si l'aire du rectangle $\mathcal{C}$ est égale à la somme des aires des rectangles $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

Partager un terrain

Niveau : 1re et 2e année.
Domaine : Nombres.
Axe : Résoudre un problème.
Compétences : - Construire des expressions littérales où la lettre a le statut d'indéterminée, de variable ou d'inconnue.
- Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $a + x = b$ ou $ax = b$ ou $ax + b = c$ (en 1re année).
- Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $a + bx = c + dx$ (en 2e année).

Commentaire : Outre le choix d'une inconnue, la mise en équation et sa résolution, on s'intéressera à la vérification et à la plausibilité de la solution, ainsi qu'à une formulation correcte de la réponse au problème.

Contexte :
Mon voisin est propriétaire du terrain représenté par le plan ci-dessous. Ce terrain se compose d'un rectangle de 80 m sur 70 m auquel est accolé un carré de 35 m de côté. On a noté $ABCDEF$ les coins de ce terrain.
Mon voisin veut partager son terrain entre ces deux fils par une séparation qui joindrait le coin C à un point P situé sur le côté AF.
Il souhaite évidemment que le partage soit honnête et que les deux parcelles aient la même aire.



Tâche :
Où doit-il placer le point P ?

Notes :

1. Une exploration numérique est possible en décrétant une position du point P.

Par exemple, l'élève décrète que le point P est situé à 10 m du coin A du terrain. Il se pose ensuite les questions :

- Quelle est la forme du terrain $ABCP$? Quelle est son aire ?
- Comment décomposer la forme du terrain $CDEFP$? Quelle est son aire ?
- Les deux aires sont-elles égales ?

Il trouve pour l'aire du terrain $ABCP$: 3150 m² et pour l'aire du terrain $ABCDEF$: 6825 m² .

Il conclut que le point P n'est pas situé à 10 m du coin A du terrain.
(Cette approche numérique a permis de calculer l'aire totale du terrain.)

Puisque 3150 est inférieur à la moitié de 6825, l'élève en déduit que le point P est situé à plus de 10 m du coin A du terrain. Il décrète à présent que la distance est de 20 m et teste cette valeur.

Cette approche empirique purement numérique montre l'intérêt (et les limites) d'un calcul automatisé. Elle peut être illustrée en utilisant un tableur.

2. Montrer que les deux aires du terrain partagé sont égales peut se faire de trois manières

- calculer les deux aires « partielles » et montrer leur égalité ;
- calculer l'une des deux aires « partielles » et vérifier qu'elle est la moitié de l'aire totale.

La forme du terrain avant le partage peut être vue sous deux optiques

- un rectangle + un carré ;
- un rectangle – un carré.

Les formes des terrains après le partage peuvent également être vues sous deux optiques

- un trapèze et un trapèze – un carré ;
- un trapèze et un triangle + un carré.

Il y a donc théoriquement 12 approches pour résoudre ce problème.

3. <u>Résolution en 1re année</u> (l'inconnue apparait dans un seul des membres de l'équation).

Exprimer que l'aire du terrain $ABCP$ est moitié de l'aire du terrain $ABCDEF$ se traduit par :
$\frac{80+x}{2} \times 70 = \frac{6825}{2}$,
équation qui se réduit à $80 + x = 97{,}5$.

4. <u>Résolution en 2e année</u> (l'inconnue apparait dans les deux membres de l'équation).

Exprimer que l'aire du terrain $ABCP$ est égale à celle du terrain $CDEFP$ se traduit par :
$\frac{80+x}{2} \times 70 = \frac{(80-x)\times 70}{2} + 35^2$,
équation qui se réduit à $2800 + 35x = -35x + 4025$.

Un nouveau quadrilatère

Niveau : 1re année.
Domaine : Solides et figures.
Axe : Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence : - Énoncer et comprendre quelles propriétés suffisent pour construire des figures géométriques particulières.
Commentaire : Apprendre à définir est plus important qu'apprendre de multiples définitions.

Contexte :
Joseph prétend que lorsqu'un quadrilatère a deux côtés de même longueur et deux côtés parallèles, c'est un parallélogramme.

Tâche :
Joseph a-t-il raison ? Justifie ta réponse.

Déroulement de l'activité :
La conjecture proposée vise notamment à faire émerger des conceptions, naturelles pour les élèves, mais parfois erronées. Des réactions telles que « Joseph a tort car un rectangle (ou un carré ou un losange) a aussi deux côtés de même longueur et deux côtés parallèles » devraient apparaitre. Il est souhaitable que ces conceptions erronées soient exprimées à un moment de l'apprentissage, si elles existent dans la tête des élèves, pour que l'enseignant puisse rebondir sur ces réactions. On pourra alors revenir sur l'inclusion entre les différents ensembles de figures géométriques.

Tout ce travail préliminaire pourrait pousser les élèves à conclure, trop rapidement, que Joseph a raison. Beaucoup risquent en effet d'être attirés par les deux groupes de mots importants : « côtés de même longueur » et « côtés parallèles ».

Si c'est le cas, l'enseignant peut lancer un défi : « Personne ne peut me dessiner une figure géométrique qui vérifie la proposition de Joseph et n'est pas un parallélogramme ? ».
Avec un peu d'aide éventuellement, l'un ou l'autre contre-exemple devrait apparaitre.

Certains élèves pourraient aussi comparer la conjecture à l'une des « définitions » de parallélogramme qu'il connait.
Définition emboitée :
« Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. »
Définition « reformulée » :
« Un parallélogramme est un quadrilatère ayant les côtés opposés parallèles et de même longueur. »

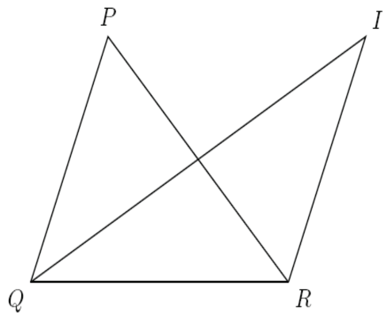
Tout ce travail permet de faire prendre conscience aux élèves de l'importance de la précision et de tous les mots dans une définition. L'objectif est ici plus vaste que simplement une révision de la définition du parallélogramme.

Extension :
Les élèves sont invités à examiner les diverses manières de modifier la conjecture pour la rendre correcte.

L'amplitude

Niveau : 2^e année.
Domaine : Solides et figures.
Axe : Appliquer une procédure.
Compétence : - Utiliser les propriétés qui lient les angles déterminés par deux droites parallèles et une sécante.

Contexte :
Dans la figure ci-contre, l'amplitude de l'angle en P est de 40°.
De plus $|PQ| = |QR| = |IR|$ et $IR \mathbin{//} PQ$.



Tâches :
1. Calcule l'amplitude de $\hat{I}$.
2. Justifie les étapes.

Note :
Il y a plusieurs démarches possibles ; voici les étapes de l'une d'entre elles.

Observation 1 :
Puisque $IR \mathbin{//} PQ$, la sécante PR de ces deux droites donne des angles alternes inscrits égaux :

$$\widehat{QPR} = \widehat{PRI}$$

Comme l'amplitude de l'angle en P est connue et vaut 40°, on a donc $\widehat{PRI} = 40°$.

Observation 2 :
Puisque $|PQ| = |QR|$, le triangle PQR est un triangle isocèle de sommet principal Q : les angles à la base $\widehat{QPR}$ et $\widehat{QRP}$ ont même amplitude.
Comme l'amplitude de l'angle en P est connue et vaut 40°, on a donc $\widehat{QRP} = 40°$.

Observation 3 : conséquence des observations 1 et 2 :
L'amplitude de l'angle $\widehat{QRI}$ est la somme des amplitudes des angles $\widehat{QRP}$ et $\widehat{PRI}$, donc $\widehat{QRI} = 80°$.

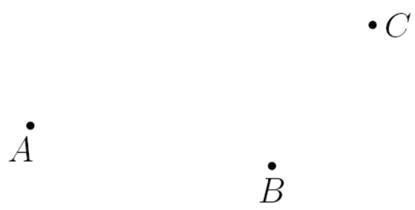
Observation 4 :
Puisque $|QR| = |IR|$, le triangle QRI est un triangle isocèle de sommet principal R : les angles à la base $\widehat{RQI}$ et $\widehat{RIQ}$ ont même amplitude.

Observation 5 : conséquence des observations 3 et 4 :
Comme l'amplitude de l'angle au sommet principal du triangle isocèle est connue et vaut 80°, la somme des amplitudes des angles à la base de ce triangle est $180° - 80° = 100°$. L'amplitude des angles à la base $\widehat{RQI}$ et $\widehat{RIQ}$ est $\frac{100°}{2} = 50°$.

Construction

Niveau : 2e année.
Domaine : Solides et figures.
Axe : Résoudre un problème.
Compétence : - Construire des figures simples répondant à des conditions données.
Commentaire : C'est l'occasion d'approcher la méthode des deux lieux.
Source : Question de l'évaluation externe non certificative de février 2008.

Contexte :
La position de trois points A, B et C t'est donnée.



Tâche :
Situe le point D pour que le triangle ABD soit isocèle de base $[AB]$ et que le triangle BCD soit rectangle en C.
N'efface pas tes constructions et exprime avec tes mots ta démarche.

Notes :
- Puisque le triangle ABD est isocèle, son troisième sommet se trouve sur la médiatrice de la base $[AB]$.
- Comme le triangle BCD est rectangle en C, il faut tracer la perpendiculaire à $[BC]$ en C.
- Le point d'intersection de ses 2 droites est le point D recherché.

Le bijou

Niveau : 2^e année.
Domaine de savoir : Grandeurs.
Axe : Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence : - Reconnaitre dans un énoncé une situation de proportionnalité directe.

Contexte :
On ne peut fabriquer un bijou avec de l'or pur. Lorsqu'un bijou porte l'indication « or 18 carats », cela signifie que ce bijou est réalisé à partir d'un alliage et que 24 g de cet alliage contiennent 18 g d'or pur. Les autres éléments de l'alliage donnent la couleur et la résistance au bijou.

Tâche :
L'indication « or 18 carats » est parfois remplacée par l'indication « or 750 millièmes ». Explique pourquoi.

Note :
On construit un tableau de proportionnalité.

alliage en g	or pur en g
24	18

$\times \frac{18}{24}$

Comme $\frac{18}{24} = \frac{750}{1000} = \frac{75}{100} = 0{,}75$, alors on peut dire que l'expression « or 18 carats » exprime la même chose que « or 750 millièmes ».
Le nombre $\frac{18}{24}$ est le rapport de proportionnalité exprimé par une écriture fractionnaire.
Le nombre qui se lit 750 millièmes est le rapport de proportionnalité exprimé par l'écriture décimale.

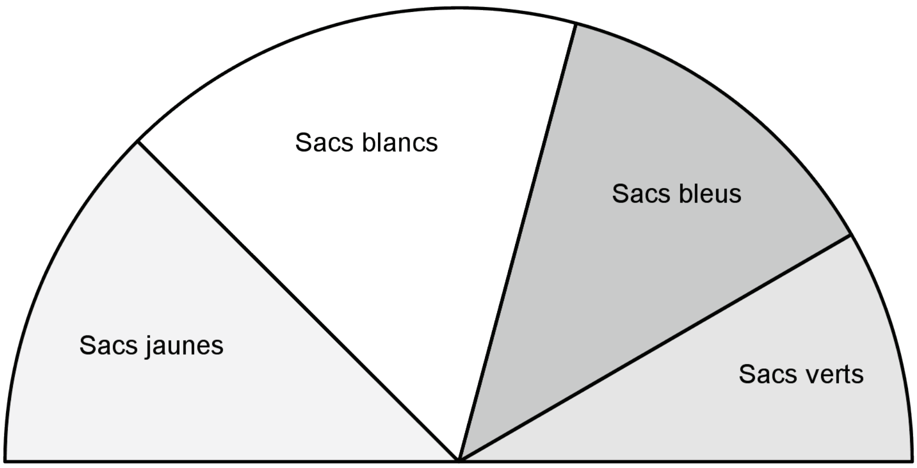
Cet exercice peut être abordé en première année dans le cadre des fractions.

Le tri des déchets

Niveau : 1re année.
Domaine : Grandeurs.
Axe : Appliquer une procédure.
Compétences : - Mesurer l'amplitude d'un angle avec un rapporteur.
- Compléter un tableau de proportionnalité.

Contexte :
Une famille trie ses déchets dans des sacs poubelles
- jaunes pour les papiers et cartons ;
- bleus pour les plastiques, métaux et cartons à boissons ;
- verts pour les déchets de jardin ;
- blancs pour les déchets ménagers non triés.

La société chargée de l'enlèvement et du traitement des immondices a reporté dans un diagramme semi-circulaire la répartition des sacs récoltés sur une année dans cette famille.



Tâche :
La famille a utilisé 240 sacs au total.
Complète le tableau.

	Angle mesuré	Nombre de sacs
Tous les sacs	180°	240
Les sacs jaunes		
Les sacs blancs		
Les sacs bleus		
Les sacs verts		

La bassine

Niveau : 2^{e} année.
Domaine : Grandeurs.
Axe : Résoudre un problème.
Compétence : - Dans une situation de proportionnalité directe, compléter et exploiter un tableau de nombres.

Contexte :
La préparation d'un dosage correct d'un engrais liquide nécessite de diluer 20 g d'engrais en poudre dans 5 litres d'eau.

Tâche :
Dans une bassine d'une capacité de 50 litres, Claude a, par mégarde, dilué 110 g d'engrais en poudre dans 20 litres d'eau. Que doit-il faire pour obtenir un dosage correct ?

Déroulement de l'activité :

La construction d'un tableau de proportionnalité et l'utilisation d'un rapport de proportionnalité permet à l'élève d'observer que 20 litres d'eau ne peuvent diluer que seulement 80 g d'engrais.

	Volume d'eau (en litres)	$\times 4$	Masse d'engrais (en grammes)
Proportion d'un dosage correct	5		20
		$\times 4$	
Dans la bassine	20		**80**

Il n'est évidemment pas possible pour Claude de récupérer les 30 g d'engrais dilué « en trop ». La seule stratégie possible est donc l'ajout d'une quantité d'eau pour rétablir le dosage.

L'élève utilise le rapport inverse et se demande quel volume d'eau diluerait les 110 g d'engrais déjà présent dans la bassine.

	Masse d'engrais (en grammes)	$\div 4$	Volume d'eau (en litres)
Proportion d'un dosage correct	20		5
		$\div 4$	
Dans la bassine	110		**27,5**

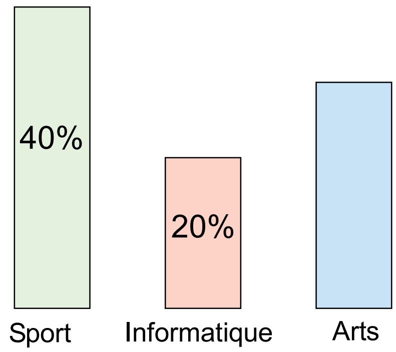
L'utilisation d'un tableau de proportionnalité montre que Claude doit utiliser 27,5 litres d'eau.

Puisque la bassine contient déjà 20 litres d'eau, Claude doit ajouter 7,5 litres d'eau pour rétablir le dosage correct du mélange.

Choix d’activités complémentaires

Niveau : 1re année.
Domaine : Traitement de données.
Axe : Expliciter des savoirs et des procédures.
Compétence : - Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.

Contexte :
Une école organise trois activités complémentaires pour les élèves de première. Chaque élève doit en choisir une parmi le sport, l’informatique et les arts.
Le diagramme en bâtonnets ci-dessous représente la répartition des élèves.



Tâche :
Un élève trouve que ce diagramme n’est pas correct. A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

Casting

Niveau : 1re année.
Domaine : Traitement de données.
Axe : Appliquer une procédure.
Compétence : - Présenter des données numériques sous forme d'un diagramme en bâtonnets, circulaire ou évolutif.

Contexte :
Lors d'une émission télévisée, on a attribué une note sur 10 à chaque candidat.
Les résultats sont les suivants :

3 candidats ont obtenu 2 points ;
2 candidats ont obtenu 4 points ;
4 candidats ont obtenu 5 points ;
8 candidats ont obtenu 6 points ;
3 candidats ont obtenu 7 points ;
1 candidat a obtenu 8 points ;
4 candidats ont obtenu 9 points.

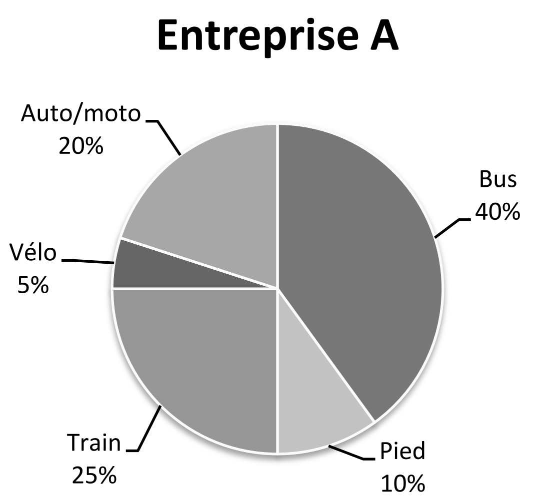
Tâche :
Construis le diagramme en bâtonnets qui illustre les résultats de cette émission.

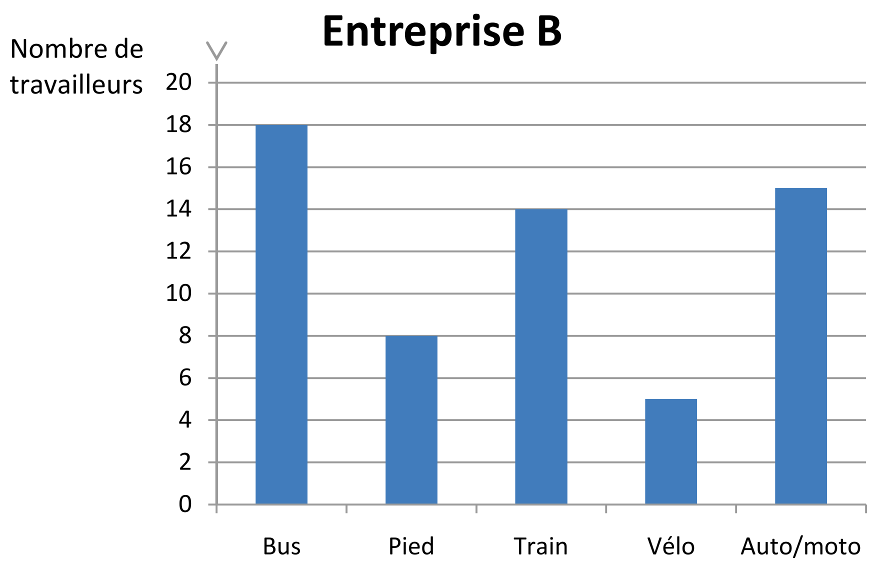
Extension possible en 2e année :
- L'élève peut déterminer l'étendue, le mode et la moyenne des notes.
- En résolution de problème, l'élève peut, par exemple, répondre à la question suivante : « Pour participer à la finale, le candidat doit obtenir une note supérieure ou égale à 7, quel est le pourcentage de candidats éliminés ? »

Moyens de transport

Niveau : 1re année.
Domaine : Traitement de données.
Axe : Résoudre un problème.
Compétence : - Établir des liens entre les informations fournies par un tableau de nombres et un diagramme exploitant le même ensemble de données.

Contexte :
Dans deux entreprises de taille identique (même nombre de travailleurs), on a interrogé le personnel pour savoir quel moyen de transport ils utilisent pour venir travailler :





Tâche :
Dans quelle entreprise y-a-t-il le plus de travailleurs qui viennent travailler à pied ? Explique ton raisonnement.

Bibliographie

Baudet Jean, *Nouvel abrégé de l'histoire des mathématiques*, Vuibert, 2002.

Cazzaro Jean-Pierre, Noël Guy, Pourbaix Fédéric, Tilleul Philippe, *Structurer l'enseignement des mathématiques par des problèmes*, De Boeck, 2001.

Charrière Gérard, L'*algèbre, mode d'emploi,* Édition Loisirs et Pédagogie, Lausanne, 1995.

Chevalier Anne, Degen Danielle, Docq Christine, Krysinska Mariza & al., R*éférentiel de mathématiques,* De Boeck, 2002.

Colette Jean-Paul, *Histoire des mathématiques,* (2 tomes), Édition du renouveau pédagogique, 1979.

Devos Fabrice, *Le meilleur des nombres,* Édition Hors-collection, 1997.

Honclaire Bernard, Lambelin Nicole, Noël Guy et Noël-Rosh Yolande, *Enseignons en jouant,* SBPMef, 2007.

Noirfalise Annie, Matheron Yves, *Enseigner les mathématiques à l'école primaire,* formation initiale et continuée des professeurs des écoles, 2 tomes, Vuibert, 2009.

Roegiers Xavier, *Leximath, lexique mathématique de base,* De Boeck, 2003.

Rouche Nicolas, *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?* Collection Ellipses, 1998.

Van Dieren Françoise, Rouche Nicolas & al. *De questions en questions,* 3 tomes, Didier Hatier, 1993.

Vlassis Joëlle, Demonty Isabelle, *L'algèbre par des situations-problèmes au début du secondaire*, guide méthodologique et CD-Rom, De Boeck, 2002.

Ouvrages collectifs

Irem de Basse-Normandie : *Si le nombre m'était conté,* collection Ellipses, 2000.
Irem de Paris 7 : *Le calcul algébrique, pistes pour une progressivité des apprentissages,* 2003.
Irem de Rennes : *Préparer plutôt que remédier, le calcul littéral,* 1999.
Irem de Lorraine : *Dé-chiffrer par les maths, un regard critique sur le monde,*
brochure APMEP 147, 2002.
Irem de Montpellier : *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée,*
brochure APMEP 151, 2002.

Crem : *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans,* 1995.
Crem : *Pratiquer la géométrie,* 2000.
Crem : *Formes et mouvements*, 2001.
Crem : *Construire et représenter,* 2001.
Crem : *Des grandeurs aux espaces vectoriels, la linéarité comme fil conducteur,* 2002.
Crem : *Vers une géométrie naturelle,* 2002.
Crem : *Pour une culture mathématique accessible à tous,* 2004.

Groupe **AHA** : *Vers l'infini pas à pas, approche heuristique de l'analyse,* De Boeck, 1999.

Histoire des sciences arabes – *Mathématiques et physique* (2), sous la direction de **Roshdi Rashed**, édition du Seuil, 1997.

Rallye Mathématique Transalpin : *Livrets des questions et réflexions pédagogiques,* publiés par la SBPMef, depuis 2003.

SBPMef : *Enseigner la mathématique ? Livre blanc sur l'enseignement des mathématiques en Communauté française de Belgique,* (texte du rapport Danblon), 1991.
SBPMef : Les anciennes revues *Mathématiques et Pédagogie, Math-Jeunes junior* et *Math-Jeunes* présentent de nombreuses possibilités d'activités et d'informations. Il en est de même de la nouvelle revue *Losanges*.

Sites

Société belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française : http://www.sbpm.be
Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques : http://www.crem.be
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public français :
    http://www.apmep.asso.fr
Banque d'outils d'aide à l'évaluation diagnostique (France) :
    http://www.banqoutils.education.gouv.fr/
Association Sésamath (France) : http://www.sesamath.net
Académie de Nice (France) : http://www.ac-nice.fr/maths/file/ai/ai_sec.pdf
Apprendre en ligne (Suisse) : http://www.apprendre-en-ligne.net/index.php