outils pédagogiques

ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE
SECONDAIRE

Mathématiques

Tâches d'apprentissage

D1 Commun

D/2011/7362/3/06

REMERCIEMENTS

La FESeC remercie les conseillers pédagogiques et les enseignants qui ont collaboré aux travaux d'écriture de cet outil en y apportant leur expérience et leur regard constructif :

M. Joseph Bethlen,

Mme Brigitte De Coninck,

Mme Virginie Jamin,

M. Jean Hermant,

M. Jules Miewis,

Mme Patricia Pellegrims,

M. Christian Pranger.

La FESeC remercie également toutes les personnes qui ont effectué une relecture attentive. Maintes précisions qui figurent dans cet outil sont redevables de leur implication et de leur compétence professionnelle.

TÉLÉCHARGEMENT

NOUS CONTACTER

Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique
avenue E. Mounier 100 - 1200 Bruxelles - 02 256 71 57
secretariatproduction.fesec@segec.be

AVERTISSEMENT

Ce document respecte la nouvelle orthographe.

Table des matières

La grande illusion

Niveau	1re année.
Domaine	Nombres.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence	Construire des expressions littérales où la lettre a le statut d'indéterminée.
Sources	Outil FESeC : « Jeux et tableaux de nombres », fiche 14, D/2005/7362/3/58. Document CFWB : Pistes didactiques pour la 2e année de l'enseignement secondaire, évaluation externe non certificative de 2008 (p. 22 sq.).
Contexte	Choisir un nombre dans la grille ci-dessous, l'entourer et barrer la ligne et la colonne de ce nombre. Choisir un autre nombre parmi les non-barrés, l'entourer ; barrer sa ligne et sa colonne. Recommencer encore une fois cette procédure. Souligner le nombre non barré restant. À partir de ce moment, on peut jouer « au magicien ». En voici, par exemple, le dialogue : Le professeur à un élève : *« Quel est ton dernier nombre ? »* L'élève : *« … »* Le professeur : *« La somme des trois nombres que tu as choisis est … (petite hésitation) »* Le professeur recommence avec un autre élève.

12	13	15	17
8	9	11	13
5	6	8	10
6	7	9	11

Tâche	Comment est-ce possible de trouver aussi rapidement cette somme ?

Note

Phase d'analyse du tableau

Écrire au tableau tous les choix des trois nombres entourés par les élèves et du nombre souligné revient à lister tous les quadruples de nombres extraits de ce tableau avec la condition qu'ils appartiennent tous à des colonnes et à des lignes différentes. Voici quelques exemples proposés par les élèves.

Nombres entourés	Nombre souligné	Somme énoncée
12, 9, 8	11	29
12, 9, 10	9	31
12, 9, 9	10	30
12, 9, 11	8	32

Nombres entourés	Nombre souligné	Somme énoncée
12, 11, 6	11	29
12, 11, 7	10	30
12, 11, 10	7	33
12,11, 11	6	34

Nombres entourés	Nombre souligné	Somme énoncée
12, 13, 6	9	31
12, 13, 8	7	33
12, 13, 7	8	32
12, 13, 9	6	34

Phase de recherche d'une régularité observée

Dans chacun des tableaux, on peut observer que lorsque le nombre souligné est identique, quels que soient les nombres entourés, la somme énoncée est également identique. On peut donc établir un tableau qui met en relation ce dernier nombre et la somme énoncée.

Lorsque le nombre souligné est :	alors la somme énoncée est :
6	34
7	33
8	32
9	31
10	30
11	29

Phase de proposition d'explication du phénomène

Il est à présent possible de comprendre le « truc » utilisé par le professeur en observant que la somme des nombres correspondant inscrits dans ces deux tableaux est toujours 40. Ainsi, la somme des trois nombres entourés et du nombre souligné semble constante.

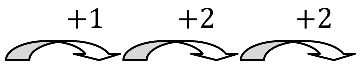
Phase de justification

La justification s'impose parce que les situations observées dans la phase d'analyse ne couvrent pas tous les cas possibles (et qu'il est difficile à ce stade d'assurer qu'il est possible dans un délai raisonnable de lister réellement toutes les situations).

Il faut montrer que tout choix de quatre nombres dans ce tableau, en respectant la contrainte énoncée d'un et un seul nombre dans chaque ligne et dans chaque colonne, conduit à une somme de 40.

1- *Il s'agit de repérer comment ce tableau a été construit.*

On découvre les régularités entre les nombres d'une même ligne du tableau.



12	13	15	17
8	9	11	13
5	6	8	10
6	7	9	11

Les nombres inscrits dans le tableau peuvent donc s'écrire :

12	$12 + 1$	$12 + 3$	$12 + 5$
8	$8 + 1$	$8 + 3$	$8 + 5$
5	$5 + 1$	$5 + 3$	$5 + 5$
6	$6 + 1$	$6 + 3$	$6 + 5$

Examinons comment le choix des quatre nombres va influencer la somme :

- quel que soit le nombre choisi dans la première ligne, il apportera une valeur de 12 dans la somme ;
- quel que soit le nombre choisi dans la deuxième ligne, il apportera une valeur de 8 dans la somme ;
- quel que soit le nombre choisi dans la troisième ligne, il apportera une valeur de 5 dans la somme ;
- quel que soit le nombre choisi dans la quatrième ligne, il apportera une valeur de 6 dans la somme ;
- le nombre choisi dans la première colonne ne modifiera pas cette somme ;
- le nombre choisi dans la deuxième colonne augmentera la somme de 1 ;
- le nombre choisi dans la troisième colonne augmentera la somme de 3 ;
- le nombre choisi dans la quatrième colonne augmentera la somme de 5 ;

donc la somme vaudra $12 + 8 + 5 + 6 + 0 + 1 + 3 + 5 = 40$.

On peut aussi découvrir les régularités entre les nombres d'une même colonne du tableau et proposer le même type de raisonnement.

2- *Il s'agit d'examiner comment on pourrait construire d'autres tableaux de ce type.*

Pour cela, on généralise en remplaçant d'abord la première colonne par des lettres.

Cette manière de procéder suggère en même temps une méthode pour « fabriquer » des carrés de nombre de ce type dont la somme serait différente de 40.

a	$a+1$	$a+3$	$a+5$
b	$b+1$	$b+3$	$b+5$
c	$c+1$	$c+3$	$c+5$
d	$d+1$	$d+3$	$d+5$

Le choix des 4 nombres, toujours avec les mêmes contraintes, conduit à une somme identique de :

$$a + b + c + d + 9.$$

En remarquant qu'après tout, $b = a - 4$, $c = a - 7$ et $d = a - 6$, le tableau pourrait s'écrire en n'utilisant qu'une seule lettre.

a	$a+1$	$a+3$	$a+5$
$a-4$	$a-4+1$	$a-4+3$	$a-4+5$
$a-7$	$a-7+1$	$a-7+3$	$a-7+5$
$a-6$	$a-6+1$	$a-6+3$	$a-6+5$

Le choix des 4 nombres, toujours avec les mêmes contraintes, conduit cette fois à une somme de :

$$a + a - 4 + a - 7 + a - 6 + 9 = 4a - 8.$$

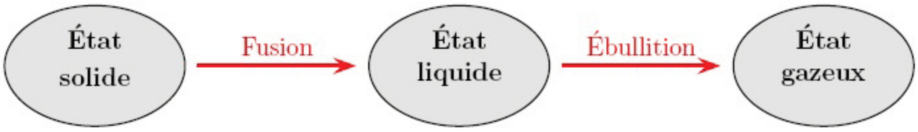
Dans le cas proposé, $a = 12$ et la somme est bien :

$$4a - 8 = 4 \times 12 - 8 = 48 - 8 = 40.$$

Tout autre choix d'une valeur de a conduira à une nouvelle somme (et à un nouveau tableau).

Transition d’état

<table>
<tr><td>Niveau</td><td>1re année.</td></tr>
<tr><td>Domaine</td><td>Nombres.</td></tr>
<tr><td>Axe</td><td>Résoudre un problème.</td></tr>
<tr><td>Compétence</td><td>Résoudre un problème en utilisant le calcul sur les entiers.</td></tr>
<tr><td>Contexte</td><td>
<p>La température de fusion d'un corps est la température à laquelle un élément chimique passe de l'état solide à l'état liquide. La température d’ébullition d’un corps est la température à laquelle un élément chimique passe de l’état liquide à l’état gazeux.</p>



<p>La table ci-dessous reprend quelques températures[1] de fusion et d’ébullition pour des éléments chimiques simples.</p>

<table>
<tr><th>Élément chimique</th><th>Température de fusion</th><th>Température d’ébullition</th></tr>
<tr><td>Azote</td><td>-210 °C</td><td>-196 °C</td></tr>
<tr><td>Chlore</td><td>-102 °C</td><td>-34 °C</td></tr>
<tr><td>Cuivre</td><td>1085 °C</td><td>2562 °C</td></tr>
<tr><td>Fer</td><td>1538 °C</td><td>2861 °C</td></tr>
<tr><td>Mercure</td><td>-38 °C</td><td>357 °C</td></tr>
<tr><td>Oxygène</td><td>-219 °C</td><td>-183 °C</td></tr>
<tr><td>Or</td><td>1064 °C</td><td>2856 °C</td></tr>
<tr><td>Plomb</td><td>327 °C</td><td>1749 °C</td></tr>
<tr><td>Zinc</td><td>420 °C</td><td>907 °C</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Tâche 1</td><td>Classe les éléments chimiques par ordre croissant de température de fusion.</td></tr>
<tr><td>Tâche 2</td><td>Quel est l’élément chimique du tableau qui a le plus petit écart entre sa température de fusion et sa température d’ébullition ? De combien est cet écart ? Écris tes calculs.</td></tr>
</table>

---

[1] Les températures sont arrondies à l’unité près.

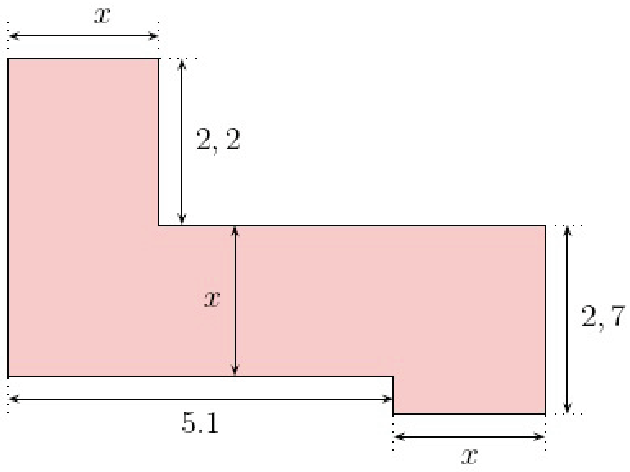
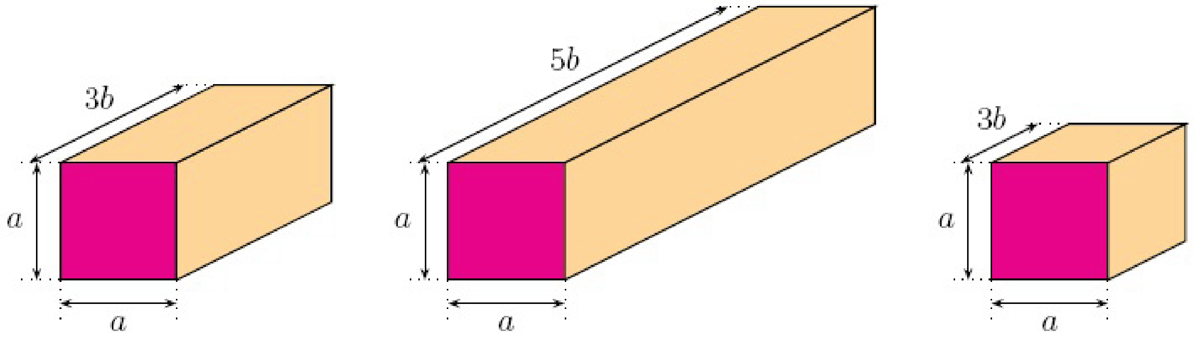
La fosse des Tonga

Niveau	1^{re} année.
Domaine	Nombres.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence transversale	Analyser et comprendre un message.
Compétence	Résoudre un problème en utilisant le calcul sur les entiers naturels.
Contexte	La montagne sous-marine près de la fosse des Tonga, entre les iles Samoa et la Nouvelle-Zélande, fut découverte en 1953. Elle s'élève à 8690 m au-dessus du fond marin et son sommet culmine à 365 m au-dessus du niveau de la mer.
Tâche	À quelle profondeur se situe la fosse des Tonga ? Écris ton calcul.

Quels entiers conviennent ?

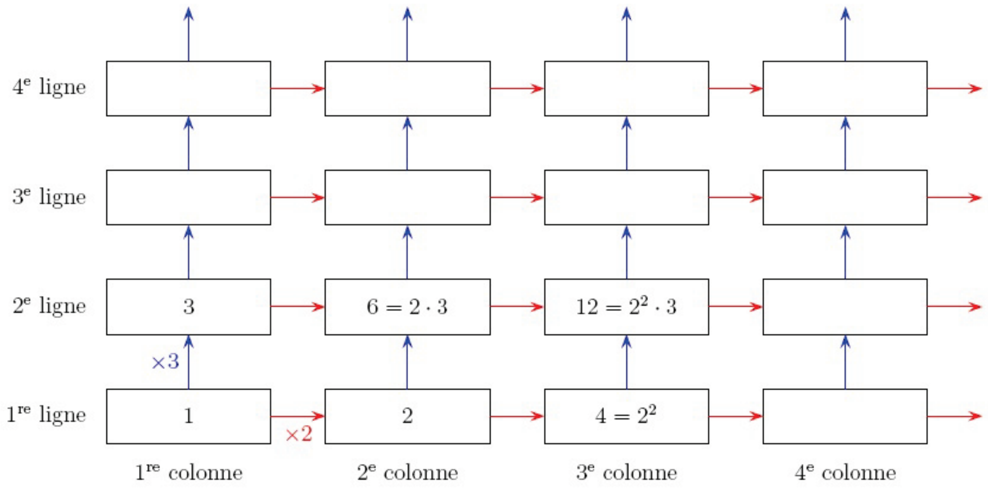
Niveau	1^{re} année.
Domaine	Nombres.
Axe	Appliquer une procédure.
Compétences	- Ordonner et comparer des nombres entiers. - Représenter des nombres sur une droite graduée.
Commentaire	Pour exprimer les solutions sous une forme ensembliste, il est possible d'utiliser des expressions du type « *Tous les entiers compris entre … et …, y compris … et …* » moins abstraites que les intervalles.
Contexte	Les expressions suivantes encadrent des nombres entiers. a) $1 < \cdots < 9$ b) $-4 < \cdots < 3$ c) $-20 < \cdots < -8$ d) $-3 \leq \cdots \leq 4$ e) $3 < \cdots \leq 7$ f) $7 < 4 + \cdots < 12$ g) $5 \leq 2 + \cdots < 9$ h) $8 < 12 - \cdots < 11$
Tâche	Indique sur une droite graduée, les nombres entiers qui conviennent pour remplacer les pointillés dans chacune de ces expressions.
Prolongement	On peut encadrer des entiers par des fractions, par exemple : $\frac{3}{4} < \cdots < \frac{11}{4}$.
Observation	Verbaliser la solution en utilisant une expression du type : « *Tous les entiers compris entre … et …, y compris … et …* » conduit ici à une même formulation quel que soit le signe d'inégalité (inégalité stricte ou non) de l'énoncé. Ceci est dû au fait que les solutions sont des ensembles de nombres. *Exemple :* pour l'expression a) de la tâche, la solution en notation ensembliste est $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ qui se verbalise en « *Tous les entiers compris entre 2 et 8, y compris 2 et 8* » ; pour l'expression d) de la tâche, la solution en notation ensembliste est $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ qui se verbalise en « *Tous les entiers compris entre* -3 *et 4, y compris* -3 *et 4* ».
Note	Lors de la lecture des énoncés, nous conseillons d'utiliser les expressions « strictement inférieur » ou « strictement plus petit » pour verbaliser le signe « $<$ » et « inférieur ou égal » ou « plus petit ou égal » pour verbaliser le signe « $\leq$ ».

Forme particulière

Niveau	1re année.
Domaine	Nombres.
Axe	Résoudre un problème.
Compétences	- Résoudre des problèmes d’aires ou de volumes. - Construire des expressions littérales. - Mettre en évidence dans des expressions littérales simples.
Contexte	Noémie trouve immédiatement l’aire de la figure ci-dessous chaque fois qu’un de ses condisciples lui donne une valeur de x. Par exemple, si on lui dit que x vaut 3,45 cm, elle répond immédiatement que l’aire de la figure est de 34,5 cm^2. 
Tâche	Comment est-il possible de trouver si rapidement cette aire ?
Application numérique	Comment peut-on rendre plus « facile » les calculs suivants ? 1,25 × 6 + 1,25 × 4 = 3,7 × 7 + 3,7 × 6 - 3,7 × 4 + 3,7 =
Extension possible Exprime le volume total de ces 3 parallélépipèdes rectangles.	
 	

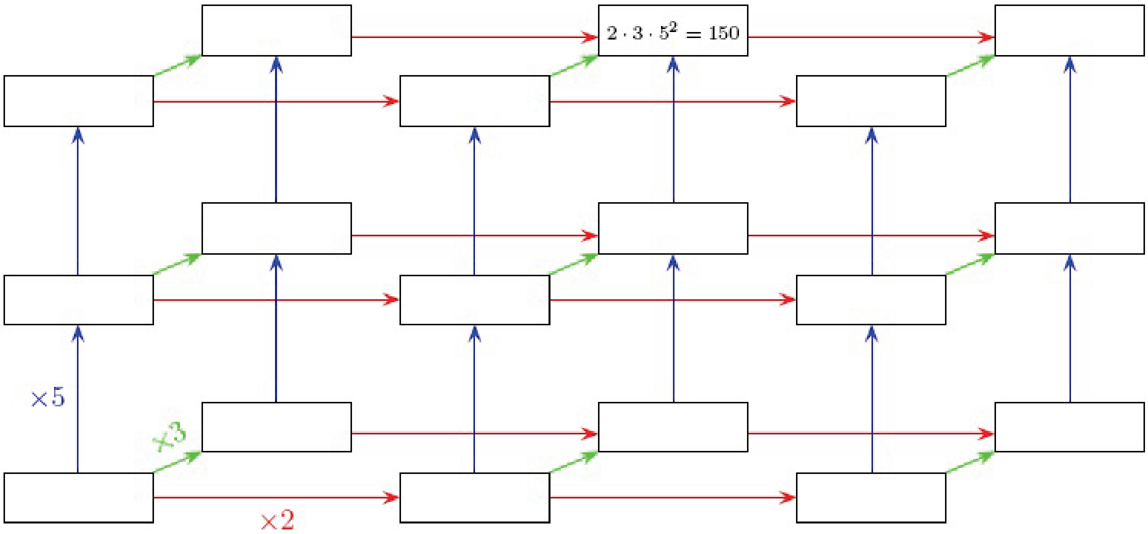
Quels facteurs ?

Niveau	1^{re} année.
Domaine	Nombres.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures et/ou appliquer une procédure.
Compétences	- Justifier le choix d'une décomposition d'un nombre pour vérifier une divisibilité. - Décomposer un nombre pour vérifier une divisibilité. - Trouver tous les diviseurs d'un nombre à partir de sa décomposition en facteurs premiers.
Commentaire	Cette activité peut introduire ou faire utiliser la décomposition d'un nombre en facteurs premiers.
Contexte 1	Tu trouveras ci-dessous une partie d'une grille à deux directions. Un déplacement d'une case de départ vers la case située à sa droite correspond au produit par 2 du nombre inscrit dans la case de départ. Un déplacement d'une case de départ vers la case située au-dessus d'elle correspond au produit par 3 du nombre inscrit dans la case de départ.



Tâche 1	1. Complète cette grille à l'aide de produits de nombres premiers. 2. Si tu prolongeais cette grille, quels nombres parmi les suivants s'y trouveraient ? Recopie et complète le tableau ci-dessous. 3. Où se situent les puissances de 6 ?

Nombre	Ce nombre est-il présent dans la grille ? (oui/non)	Si le nombre est présent dans la grille, dans quelle ligne se trouve-t-il ?	Si le nombre est présent dans la grille, dans quelle colonne se trouve-t-il ?
144			
256			
200			
2187			
7776			
576			
2336			
2^{10}			
$2 \cdot 3^4$			
12^3			

Contexte 2	Tu trouveras ci-dessous un réseau à trois dimensions. Un déplacement d'une case de départ vers la case située à sa droite correspond au produit par 2 du nombre inscrit dans la case de départ. Un déplacement d'une case de départ vers la case située au-dessus d'elle correspond au produit par 5 du nombre inscrit dans la case de départ. Un déplacement d'une case de départ vers la case située en arrière d'elle correspond au produit par 3 du nombre inscrit dans la case de départ.
	
Tâche 2	1. Complète ce réseau à l'aide de produits de nombres premiers. 2. Que représente l'ensemble des dix-huit nombres obtenus ? 3. Où se situent les multiples de 10 ?

Des nombres bien rangés !

Niveau	1re année.
Domaine	Nombres.
Axe	Résoudre un problème.
Compétences	- Associer une expression littérale à une famille de nombres. - Dénombrer par un calcul et le cas échéant par une formule. - Élaborer une formule qui traduit une régularité dans des suites de nombres.
Commentaire	Cette activité relative aux dénombrements permet la (re-)découverte : - des familles de multiples des nombres impairs $(\mathbb{N}, 3\mathbb{N}, 5\mathbb{N}, 7\mathbb{N}, \ldots)$; - la position d'un nombre impair dans la suite des nombres impairs $(2n-1)$. Plus l'activité est proposée tôt dans la spirale de l'apprentissage par compétences, plus le niveau de l'axe de compétence est élevé. L'exploitation des familles des nombres carrés et cubes est un prolongement intéressant, mais c'est un dépassement qui devrait être réservé à une recherche collective en classe.
Contexte	Voici des nombres bien rangés dans un tableau particulier.

1							
2	6						
3	9	15					
4	12	20	28				
5	15	25	35	45			
6	18	30	42	54	66		
7	21	35	49	63	77	91	
…	…	…	…	…	…	…	…

Tâche 1	Complète le tableau jusqu'à la ligne qui commence par 10. Quel est le dernier nombre de cette 10e ligne ?
Tâche 2	Le nombre 88 est-il dans ce tableau. Combien de fois ? Sur quelle ligne et dans quelle colonne se trouve-t-il ? Quel lien peut-on formuler entre ces numéros de ligne et de colonne et des diviseurs de 88 ?
Tâche 3	Quel est le calcul qui permet de trouver le dernier nombre de la 2012e ligne ?

Déroulement

Une certaine hiérarchie dans la difficulté est proposée, mais chaque point de la tâche peut être abordé sans les précédents. Les différentes sous-questions des tâches 1 et 2 sont à poser progressivement, car le niveau d'abstraction évolue à chaque étape. La phase d'algébrisation devient une « *facilitation* » évidente de la tâche 3 avec la question relative à 2012 !

Note

Comment trouver la réponse à la tâche 1 ?

1.1. Examinons un premier raisonnement basé sur les multiples observés sur chaque ligne.

Pour cette première tâche, la démarche de construction ligne par ligne, nombre par nombre est volontairement possible. Il s'agira donc pour les élèves de comprendre la construction de chaque ligne au départ du premier nombre de celle-ci. Les premiers nombres sont simplement la suite des entiers naturels.

On s'aperçoit aussi que :

- la ligne qui commence par 2 est composée de deux nombres multiples de 2 ;
- la ligne qui commence par 3 est composée de trois nombres multiples de 3 ;
- la ligne qui commence par 4 est composée de quatre nombres multiples de 4 ;
- … ;
- la ligne qui commence par 10 est composée de dix nombres multiples de 10.

On s'aperçoit ensuite que, sur chaque ligne, les multiples ne sont présents que « un sur deux ». En effet, chaque ligne ne contient que les multiples impairs du premier nombre de la ligne. L'accent pourra être mis sur les formulations en français en attirant l'attention des élèves sur la nuance entre « des multiples impairs » et « des nombres impairs multiples de ».

À ce stade, on peut donc résumer ces observations par ce tableau :

Ligne 1	*1 x1 = 1*							
Ligne 2	*2 x1 = 2*	*2 x3 = 6*						
Ligne 3	*3 x1 = 3*	*3 x3 = 9*	*3 x5 = 15*					
Ligne 4	*4 x1 = 4*	*4 x3 = 12*	*4 x5 = 20*	*4 x7 = 28*				
Ligne 5	*5 x1 = 5*	*5 x3 = 15*	*5 x5 = 25*	*5 x7 = 35*	*5 x9 =45*			
Ligne 6	*6 x1 = 6*	*6 x3 = 18*	*6 x5 = 30*	*6 x7 = 42*	*6 x9 =54*	*6 x11 = 66*		
	…	…	…	…	…	…		
Ligne n	*n x1 = n*	*n x3 =3n*	*n x5 = 5n*	*n x7 = 7n*	*n x9 = 9n*	*n x11 =11n*	…	*Et éventuellement n x(2n-1)*

Il est donc possible, sans généraliser davantage, de calculer le dernier nombre de la 10^e ligne : c'est le produit de 10 par le 10^e nombre impair.

On trouve ce 10^e nombre impair en énumérant ceux-ci :

Nombre impair	1	3	5	7	$\cdots$	19	$\cdots$	$2n-1$
Position	1	2	3	4	$\cdots$	10	$\cdots$	n

Ainsi, la réponse à la tâche 1 est : $10 \times 19 = 190$

Observons qu'une notation générale $2n+1$ pour un nombre impair lorsque n désigne une position n'est pas correcte, car il n'y a pas de position correspondant à $n = 0$.

1.2. Un autre raisonnement sur les lignes est possible, cette fois basé sur l'addition.

On s'aperçoit aussi que :

- la ligne qui commence par 2 est composée de deux nombres « croissants » par 4 ;
- la ligne qui commence par 3 est composée de trois nombres « croissants » par 6 ;
- la ligne qui commence par 4 est composée de quatre nombres « croissants » par 8 ;
- …
- la ligne qui commence par 10 est composée de dix nombres « croissants » par 20.

On écrit ces 10 nombres : 10, 30, 50, 70, 90, 110, 130, 150, 170 et enfin 190.
La réponse à la tâche 1 est ici aussi 190.

1.3. Un raisonnement par observation des colonnes est également possible.

Que représentent les nombres de la 1^{re} colonne, de la 2^e colonne, de la 3^e colonne, … ?

- la première colonne est composée des naturels non nuls à partir de 1 ;
- la 2^e colonne est composée de multiples de 3 à partir de 6 (c'est le deuxième multiple : 2×3) ;
- la 3^e colonne est composée de multiples de 5 à partir de 15 (c'est le troisième multiple : 3×5) ;
- la 4^e colonne est composée de multiples de 7 à partir de 28 (c'est le quatrième multiple : 4×7) ;
- … ;
- la 10^e colonne est composée de multiples de $(2n - 1)$ à partir de $n(2n - 1)$ (c'est le n^e multiple).

Mais cette approche par colonne nécessite peut-être plus rapidement l'utilisation d'une expression générale des nombres impairs. Pour trouver le dernier nombre de la ligne commençant par 10, il faudrait avoir déjà compris que la colonne sera celle des multiples de 19 (le 10^e nombre impair) à partir de 190 (c'est le 10^e multiple).

Comment trouver la réponse à la tâche 2 ?

L'élève devrait observer que 88 se trouve sur la 8^e ligne et dans la 6^e colonne.
Or, 88 se décompose facilement en 8×11.
Le facteur 8 correspond visiblement au numéro de la ligne.
La 6^e colonne se compose des multiples de 11, et 11 est le 6^e nombre impair.

Comment trouver la réponse à la tâche 3 ?

La question fait clairement lien avec la tâche 1, annonçant aussi une amorce de généralisation (qui arrive dans la tâche 4). Les tâches 1, 2 et 3 peuvent d'ailleurs être présentées ensemble, dans une démarche de plus en plus complexe, car de plus en plus abstraite. (Par exemple de cette façon : Quel est le dernier nombre de la 10^e ligne ? Peut-on mettre au point un calcul permettant de trouver le dernier nombre de la 2012^e ligne ? Peut-on écrire une formule qui donne d, le dernier nombre de la n^e ligne ?)

La construction progressive n'est ici plus possible : « **On ne va tout de même pas écrire 2012 lignes !** ».
En effet, cette ligne se compose de 2012 nombres multiples impairs (un sur deux) de 2012.
C'est donc grâce aux déductions observées à propos la ligne 10 que l'on va raisonner. C'est donc l'algèbre qui sera l'outil de résolution de cette situation.

C'est durant cette tâche que la compréhension du facteur $2n - 1$ intervient comme expression algébrique d'un nombre impair.

L'obstacle ici est en effet de trouver, sans les énumérer tous, le 2012^e multiple impair du nombre 2012.
Or, puisqu'il s'agit de la ligne 2012, il faudra multiplier par 2012 (observation faite durant la tâche 1), il reste à savoir quel est, de façon générale, le n^e nombre impair ? Soit l'expression $2n - 1$ est un acquis antérieur, soit la régularité des colonnes en permet la découverte.

Sur la ligne qui commence par 2012, il y aura 2012 nombres détachés dans 2012 colonnes !

*Colonne **1***	*Colonne **2***	*Colonne **3***	*Colonne **4***	…	*Colonne **c***
2012 x1 *= 2012 x (2x**1** – 1)* *= 2012*	*2012 x3* *= 2012 x (2x**2** – 1)* *= 6036*	*2012 x5* *= 2012 x (2x**3** – 1)* *= 10 060*	*2012 x7* *= 2012 x (2x**4** – 1)* *= 14 084*		*2012 x (2**c**-1)*

On peut ainsi suggérer aux élèves de trouver le lien qui lie le rang de la colonne au facteur multipliant qu'on y trouve à chaque fois.

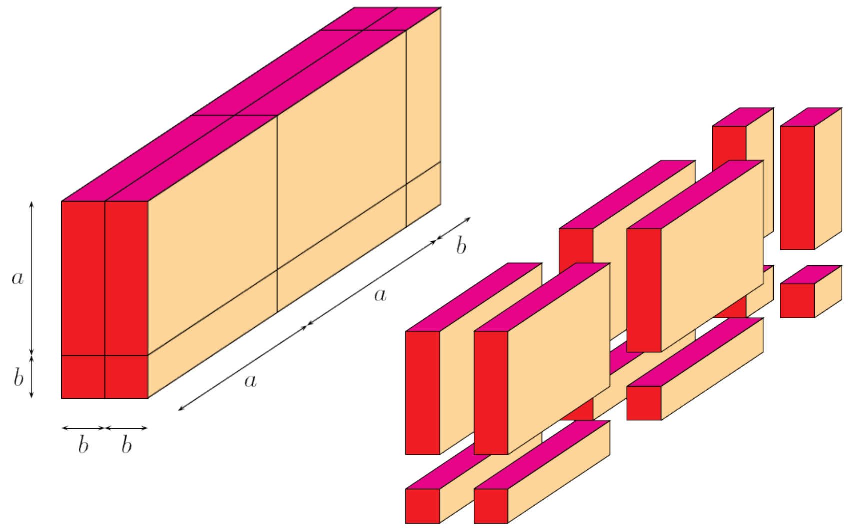
- *Dans la colonne 1, on multiplie toujours par 1.*
- *Dans la colonne 2, on multiplie toujours par 3.*
- *Dans la colonne 3, on multiplie toujours par 5.*
- *…*
- *Dans la colonne c, on multipliera toujours par 2**c** – 1 (où **c** est en fait aussi le numéro de la ligne !).*

*Ainsi, dans la colonne 2012, on multiplie toujours par 2 x **2012** -1 = 4023 (qui est donc le 2012^e nombre impair).*

Le dernier nombre de la 2012^e ligne est donc le produit de 2012 par 4023, c'est-à-dire 8 094 276.

Construis l'algèbre sur du solide !

Niveau	1^{re} année.
Domaine	Solides et figures/Nombres[2].
Axe	Appliquer une procédure.
Compétence	Utiliser des expressions littérales pour caractériser des périmètres ou des aires de faces, des volumes de solides.
Commentaire	On veut permettre à l'élève de se faire des « images géométriques » différentes pour des expressions telles que $a \cdot a$ ou $a + a$ pour ne plus les confondre, pouvoir les réduire correctement et ne pas les additionner ! Ce type de caractérisation est essentiel avant toute phase de calcul littéral.
Contexte	Voici différentes expressions algébriques utilisant les lettres a et/ou b (qui représentent des longueurs) : ab $a+b$ $2b$ $b \cdot b$ a^2 b^3 $3a+b$ a^2b ab^2 $2(a+b)$ $2b^2$ $4a$ $b+b$ $2a \cdot 2b$ Voici aussi des représentations différentes de solides (la perspective utilisée est une perspective cavalière). Les solides sont parfois en un seul bloc, parfois « éclatés » en 12 morceaux.



Tâche	Colorie sur les solides un élément géométrique qui correspond à chaque expression algébrique. Utilise différentes couleurs pour plus de clarté. Veille à bien choisir l'endroit colorié pour pouvoir « voir » l'élément géométrique en entier.

Dépassement

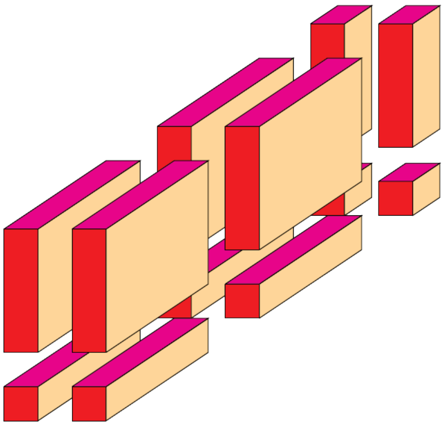
Quelles caractéristiques doivent avoir les expressions algébriques pour correspondre à un volume ? À une surface ? À une longueur ?

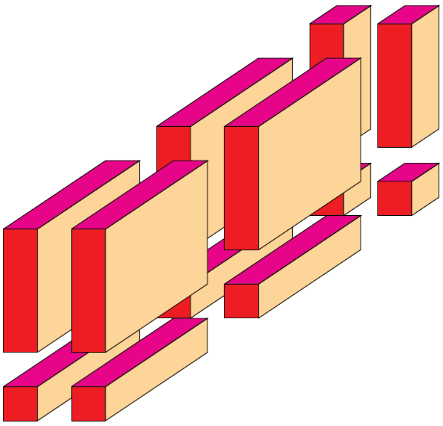
---

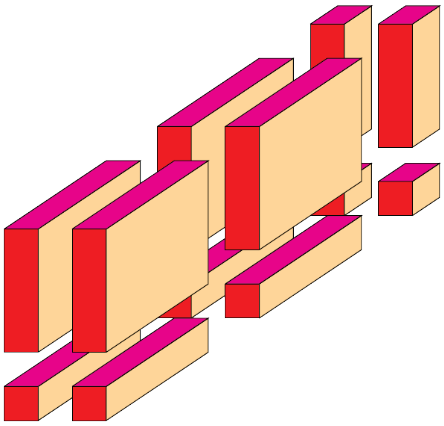
[2] Certaines tâches recouvrent plus d'un domaine.

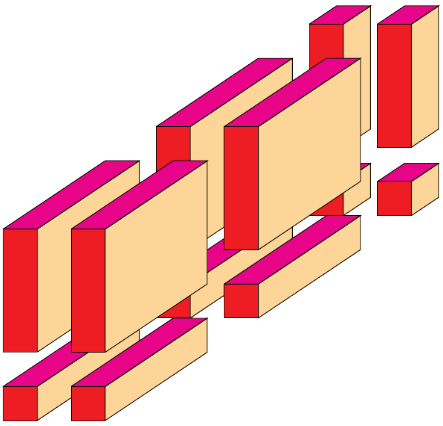
Note

La tâche est facilitée s'il est possible de mettre l'élève en présence d'un modèle qu'il peut manipuler en classe.

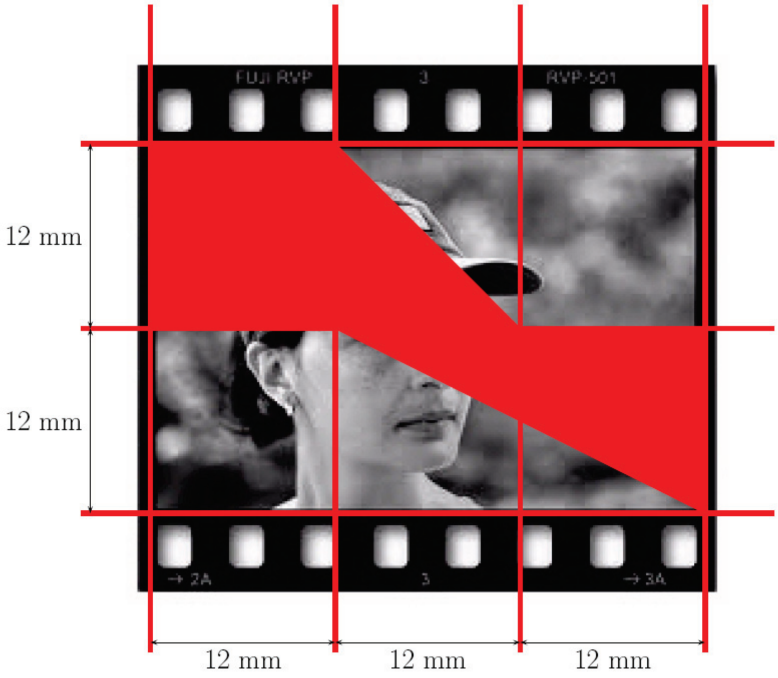








Le vieux négatif

Niveau	1^{re} année (extension possible en 2^e année).
Domaine	Solides et figures.
Axe	Résoudre un problème.
Compétences	- Résoudre des problèmes faisant intervenir des longueurs ou des aires de figures planes. - Calculer des aires de triangles et de carrés.
Commentaire	On relie la notion d'aire à un recouvrement de figure avec une unité d'aire. Cette tâche se prête à la représentation littérale des nombres.
Contexte	Avant l'invention des photos numériques, les photos étaient conservées sur des négatifs plastifiés recouverts de produits chimiques sensibles à la lumière. Ceux-ci s'abimaient facilement. Voici un négatif abimé, la partie abimée se situe dans le polygone en gris foncé.
	
Tâche	Exprime l'aire restée intacte (non abimée). Note clairement les étapes de ta recherche.

Note

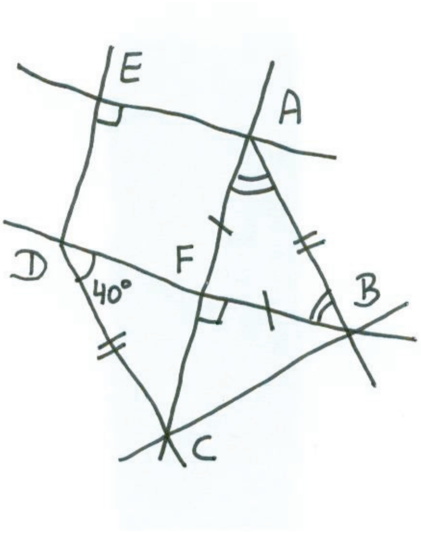
L'élève peut rechercher l'aire de la partie abimée et la retrancher de l'aire totale ou exprimer directement l'aire non abimée.

Extension possible en 2^e année

Effectue la même tâche en remplaçant « 12 » par « x ».

Codage et décodage

Niveau	1^{re} année (extension possible en 2^{e} année).
Domaine	Solides et figures.
Axe	Expliciter un savoir et une procédure.
Compétences	- Comprendre et utiliser, dans leur contexte, des termes usuels propres à la géométrie des figures planes. - Lier un codage à la propriété qu'il identifie.
Commentaire	Le codage et le décodage d'une figure interviennent dans l'énoncé de programmes de constructions.
Contexte 1	(décodage en 1^{re} année) On considère la figure ci-dessous tracée à main levée. Sur cette figure, les droites AC et BD se coupent au point F. Toutes les autres informations sont codées.



En utilisant uniquement le codage de cette figure, peut-on affirmer que :

1. $|FA| = |FB|$?
2. $|EA| = |DF|$?
3. $ED \perp FD$?
4. $FD \perp FA$?
5. $\widehat{DCF} = 40°$?
6. $\widehat{FAB} = \widehat{FBA}$?
7. $\widehat{FBC} = \widehat{FBA}$?

Solutions acceptables :

1. *oui, c'est codé ;*
2. *non, il n'y a aucun code sur ces côtés (et ces angles) ;*
3. *non, l'amplitude de l'angle* $\widehat{EDF}$ *n'est pas connue ;*
4. *oui, l'angle* $\widehat{DFA}$ *est un angle opposé par le sommet à un angle droit ;*
5. *non, car dans le triangle* DFC, $\widehat{DFA} = 180° - 90° - 40° = 50° \neq 40°$ *;*
6. *oui, car le triangle* FAB *est isocèle (et cela est indiqué de deux manières) ;*
7. *non, car rien n'indique que* FB *soit la médiatrice de* AC *(variante : rien n'indique que* FB *soit la bissectrice de* $\widehat{ABC}$*).*

Extension possible en 2^e année

8. $AB//DC$?
9. $EA//DB$?

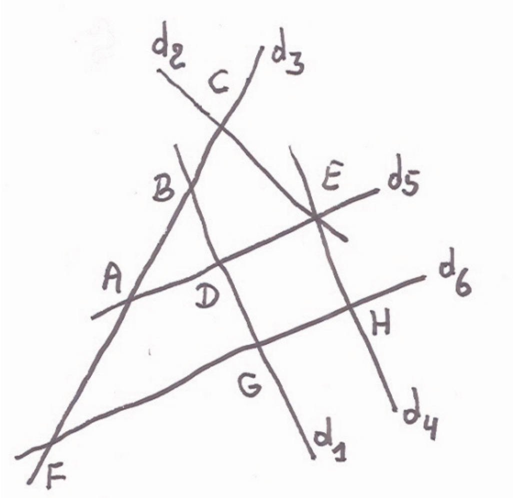
Solutions acceptables :

8. non, car les angles alternes internes valent 40° en D et 45° en B.
9. non, je ne connais pas les amplitudes de $\hat{A}$ et de $\widehat{D}$ et ne peut donc affirmer que $AEDF$ est un carré.

Contexte 2

(codage en 1^{re} année)

On considère la figure ci-dessous tracée à main levée.



Tâche

Code les informations suivantes sur la figure ci-dessus :

1. $|DG| = |GH|$
2. $|AC| = |AE|$
3. les angles $\widehat{ACE}$ et $\widehat{AEC}$ ont même amplitude.
4. $\widehat{GDE} = \widehat{EHG}$
5. $\widehat{CAE} = \widehat{BFG}$

Extension possible en 2^e année

Après avoir complété le codage sur la figure ci-dessus, tire une conséquence de ce que :

6. $\widehat{ACE} = \widehat{AEC}$ (le triangle AEC est isocèle de sommet A)
7. $\widehat{CAE} = \widehat{BFG}$ ($d_5 \parallel d_6$)

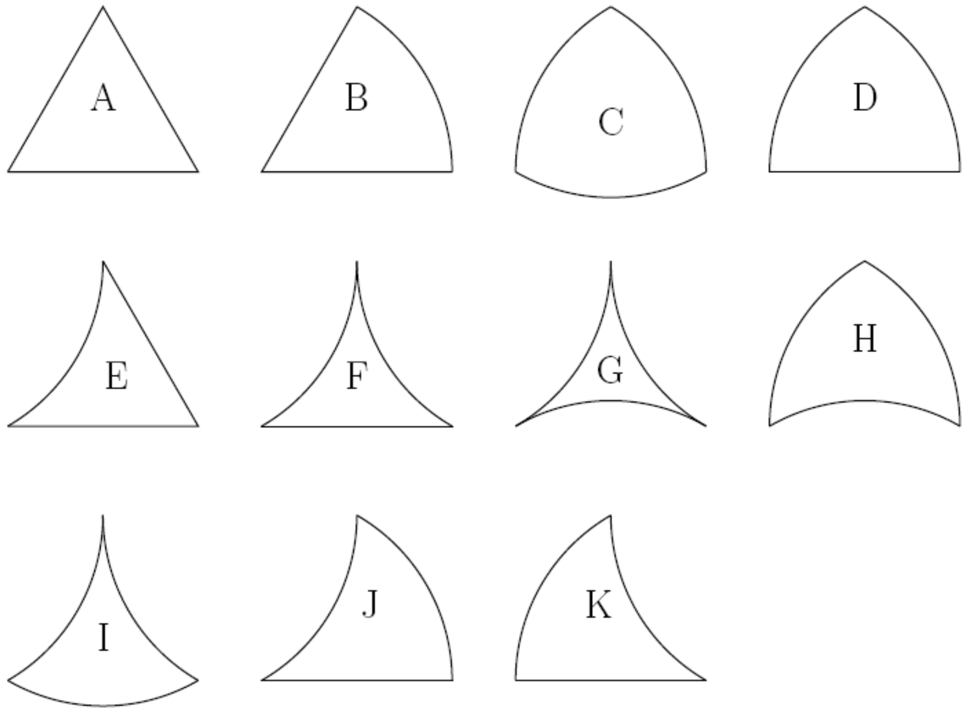
Note

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes internes sont de même amplitude. Ce théorème est souvent appliqué, mais il est important d'aussi appliquer sa réciproque. Cela permet de définir une condition de parallélisme.

Les élèves utilisent l'écriture $|AB|$ ou $\overline{AB}$ suivant leurs habitudes.

Le Curvica

Niveau	1^{re} année.
Domaine	Solides et figures.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence	Résoudre des problèmes faisant intervenir des longueurs ou des aires de figures planes.
Source	Inspiré d'une question du CE1D 2012 mathématiques.
Contexte	Les pièces d'un jeu « Curvica » s'obtiennent à partir d'un triangle équilatéral dont on peut choisir de « creuser », « bomber » ou laisser en l'état chaque côté.



Tâches

1. Ranger ces pièces dans l'ordre croissant de leur périmètre. Justifier ce rangement.
2. Ranger ces pièces dans l'ordre croissant de leur aire. Justifier ce rangement.
3. Indiquer sur un graphique rectangulaire la position de chacune des pièces : en abscisse les différentes valeurs possibles des aires, en ordonnée les différentes valeurs possibles des périmètres.

Note

1. En posant C le côté du triangle équilatéral et A la longueur de l'arc de cercle, on obtient pour les périmètres :

Pièces	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Périmètre	$3C$	$2C + A$	$3A$	$C + 2A$	$2C + A$	$C + 2A$	$3A$	$3A$	$3A$	$C + 2A$	$C + 2A$
Rangement (1 = le plus petit)	1	2	4	3	2	3	4	4	4	3	3

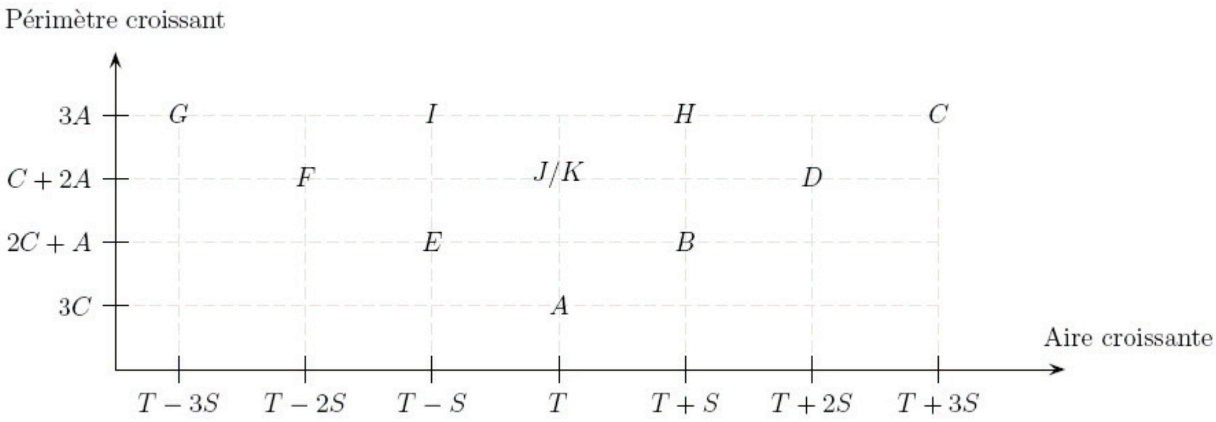
La justification se base sur le fait que l'arc de cercle reliant deux sommets du triangle équilatéral initial est plus long que le côté du triangle.

2. En posant T l'aire du triangle équilatéral et S l'aire du segment[3] de cercle, on obtient pour les aires :

Pièces	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Aire	T	$T+S$	$T+3S$	$T+2S$	$T-S$	$T-2S$	$T-3S$	$T+S$	$T-S$	T	T
Rangement (1 = le plus petit)	4	5	7	6	3	2	1	5	3	4	4

La justification se base sur le fait que les aires des segments sont identiques, qu'ils soient construits à l'intérieur (pièce « creusée ») ou à l'extérieur (pièce « bombée ») du triangle équilatéral.

3. Voici un modèle de graphique rectangulaire. Les notations utilisées pour caractériser les positions sur les deux axes sont celles qui ont été proposées dans les deux premières parties de la tâche.

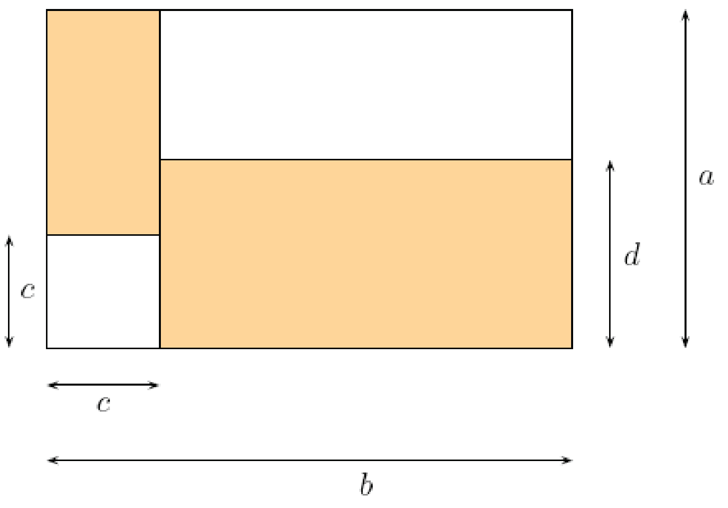


---

[3] Un segment de cercle est la partie du cercle comprise entre un arc et sa corde. Dans le cas présent, il s'agit exactement des segments qui apparaissent lorsque l'on construit un hexagone inscrit dans un cercle.

Le tapis

<table>
<tr><td>Niveau</td><td>1re et 2e années.</td></tr>
<tr><td>Domaine</td><td>Nombres et grandeurs.</td></tr>
<tr><td>Axe en 1re
Axe en 2e</td><td>- Expliciter les savoirs et les procédures.
- Appliquer une procédure.</td></tr>
<tr><td>Compétences</td><td>- Justifier l’égalité de deux expressions algébriques en utilisant les propriétés des opérations.
- Passer d’une formule littérale à une autre.</td></tr>
<tr><td>Commentaire</td><td>Les lettres jouent ici un statut d’indéterminées.</td></tr>
<tr><td>Source</td><td>Inspiré d’un bulletin inter-irem du premier cycle 1991-1992.</td></tr>
<tr><td>Contexte</td><td>Michel et Hélène recherchent l'aire totale des parties grisées du tapis dessiné ci-dessous.</td></tr>
<tr><td colspan="2">



Michel dit : « J’ai calculé l’aire du grand tapis. J’ai ensuite retranché l’aire des deux parties blanches ».

Hélène dit : « Voici ma formule pour l’aire totale des deux parties grisées : $(a-c)\times c+(b-c)\times d$ ».

</td></tr>
<tr><td>Tâches en 1re</td><td>Exprime la formule que Michel va trouver.
Exprime en français la formule trouvée par Hélène.</td></tr>
<tr><td>Tâches en 2e</td><td>Exprime la formule que Michel va trouver.
Exprime en français la formule trouvée par Hélène.
Vérifie que les deux formules expriment la même aire des parties grisées du tapis.</td></tr>
</table>

Le cross

Niveau	1^{re} année.
Domaine	Grandeurs.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence	Justifier l'équivalence de méthodes de calculs de pourcentage.
Commentaire	L'enseignant choisira les items selon les apprentissages installés.
Contexte	Un cross est organisé par une association sportive. La longueur du parcours est de 20 km pour les adultes, mais la distance est réduite de 20 % pour les jeunes de 14 à 18 ans.

Tâches	Voici des réponses proposées par des élèves pour calculer la distance à parcourir par les jeunes. Justifie dans chaque cas pourquoi le calcul proposé conduit ou non à la bonne distance. a) Enlever deux dixièmes de la distance parcourue par les adultes. b) Diviser par 20 la distance parcourue par les adultes. c) Enlever 2 km à la distance parcourue par les adultes. d) Prendre les $\frac{4}{5}$ de la distance parcourue par les adultes. e) Multiplier par 0,8 la distance parcourue par les adultes. f) Enlever 4 km à la distance parcourue par les adultes. g) Prendre le cinquième de la distance parcourue par les adultes.

Solutions

a) Ce calcul est correct puisque enlever $\frac{2}{10}$ de la distance revient à la réduire de 20 %.

b) Ce calcul n'est pas correct puisque calculer $\frac{1}{20}$ de la distance revient à la diviser par 20 ; on ne retire rien.

c) Ce calcul n'est pas correct puisque 20 % de 20 km représente $\frac{20}{100} \times 20 \text{ km} = 4 \text{ km}$.

d) Ce calcul est correct, car $\frac{4}{5} \times 20 \text{ km} = 16 \text{ km}$, ce qui correspond bien à une réduction de 20 %.

e) Ce calcul est correct puisque réduire la longueur de la course de 20 % est équivalent à garder 80 % de celle-ci et que $0{,}8 = 80~\%$.

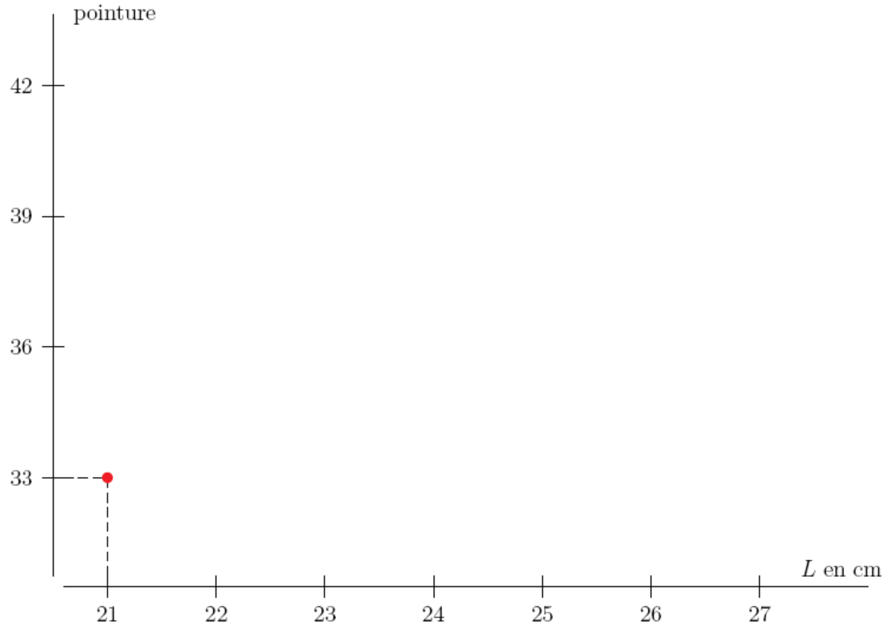
f) Ce calcul est correct puisque 20 % de 20 km représente bien 4 km.

g) Ce calcul n'est pas correct, car son résultat est la distance à retirer et non la distance à parcourir.

Pointure

Niveau	1re année.
Domaine	Traitement de données.
Axe	Appliquer une procédure.
Compétence	Présenter des données numériques.
Commentaire	On met en relation des tableaux de nombres avec une représentation graphique point par point dans des situations contextualisées.
Contexte	Pour déterminer la pointure d'une chaussure correspondant à un pied, on mesure la longueur du pied et on consulte un tableau de correspondance. Voici une partie de ce tableau :

Longueur (en cm)	21	23	25	27
Pointure (en points)	33	36	39	42



Tâche	Reproduis et achève le graphique ci-dessous en y indiquant les autres pointures données dans le tableau.

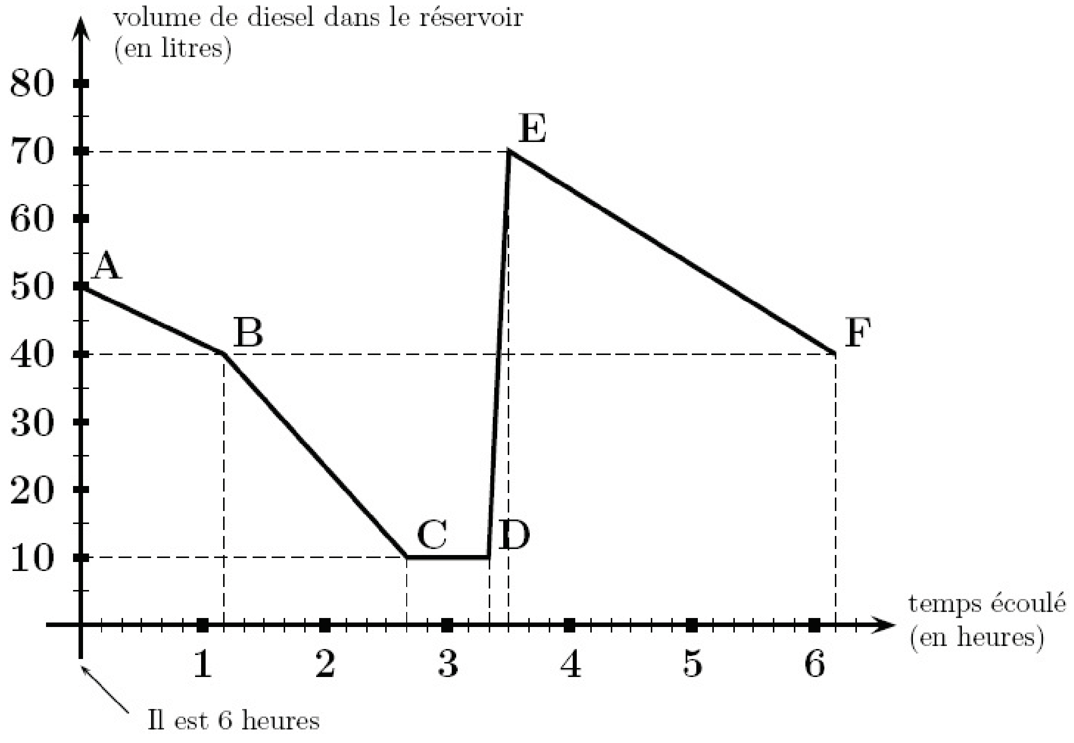
Note

Le report des valeurs du tableau sur le graphique n'autorise pas de dessiner la droite qui joint ces points. Il n'y a pas de sens à représenter un point qui correspondrait à une pointure 33,52 ! L'élève comprend par cet exemple qu'un tableau de nombres peut se traduire par un ensemble de points non reliés.

L'élève observe néanmoins que les points sont alignés. Il ne lui est pas possible de trouver le coefficient de proportionnalité du tableau. Pour s'en convaincre, il doit reporter les valeurs sur un graphique où les zéros des axes sont notés. Il observe alors que le couple (0,0) n'est pas dans l'alignement des points donnés dans le tableau.

Interpréter la consommation en carburant d'un engin de travaux publics

<table>
<tr><td>Niveau</td><td>1^{re} année.</td></tr>
<tr><td>Domaine</td><td>Traitement de données.</td></tr>
<tr><td>Axe</td><td>Résoudre un problème.</td></tr>
<tr><td>Compétence</td><td>Établir des liens entre les informations fournies par un tableau de nombres et un graphique exploitant le même ensemble de données.</td></tr>
<tr><td>Commentaire</td><td>Amener l'élève à lire et interpréter des informations tantôt données sous la forme d'un énoncé en français, tantôt lues sur un graphique et les transcrire dans un tableau à double entrée.
Amener l'élève à répondre correctement aux questions qui lui sont posées.</td></tr>
<tr><td>Contexte</td><td>La consommation en carburant (diésel) d'un engin de travaux publics s'évalue en litre par heure de fonctionnement. Cette consommation est variable et dépend du travail qui est demandé comme indiqué dans le tableau ci-dessous.
<table>
<tr><th>Travail demandé</th><th>Consommation en litre par heure</th></tr>
<tr><td>Déplacement</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Chargement</td><td>12</td></tr>
<tr><td>Terrassement</td><td>20</td></tr>
</table>
Sur le graphique ci-dessous, la ligne ABCDEF représente les variations du volume de diésel dans le réservoir de l'engin au cours d'une matinée entre 6 h et 12 h.</td></tr>
</table>



Tâches

1. Quel volume de diésel y a-t-il dans le réservoir à 6 h ?
2. Quel volume de diésel y a-t-il dans le réservoir à 12 h ?
3. Décris les temps d'activité de l'engin entre 6 h et 12 h en complétant le tableau ci-dessous :

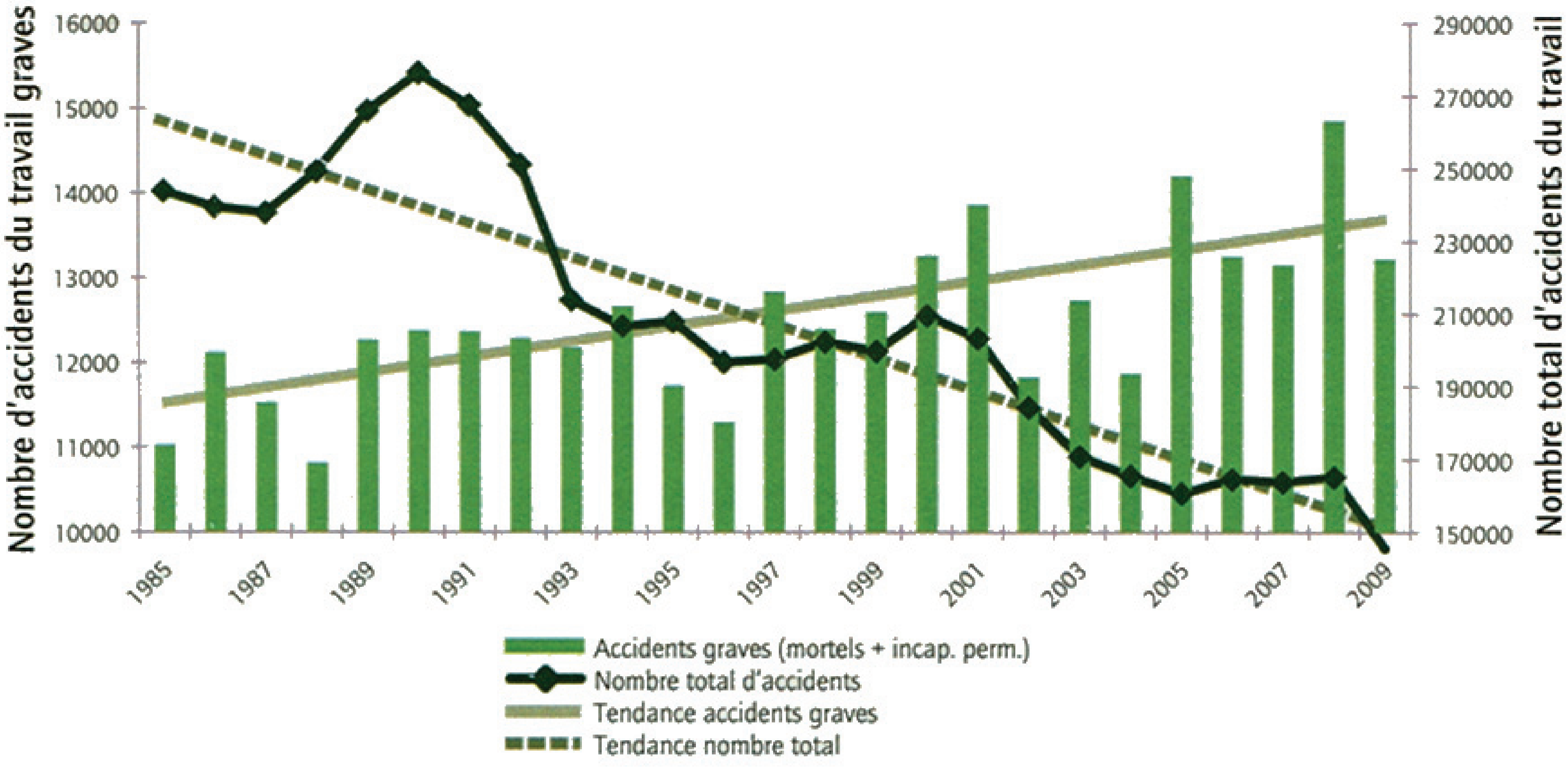
Période	**de 6h à 7h10**	**de 7h10 à 8h40**	**de 8h40 à 9h20**	**de 9h20 à 9h30**	**de 9h30 à 12h**
Activités					

4. À quelle heure a-t-on refait le plein du réservoir ? Quelle est la quantité remise ?
5. Combien de litres de diésel l'engin a-t-il consommé entre 9 h 30 et 12 h ? À quelle consommation par heure cela correspond-il ? Quelle était, alors, l'activité effectuée ?

Les accidents sur le lieu de travail

Niveau	1re année.
Domaine	Traitement de données.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence	Interpréter un graphique évolutif.
Source	Dossier accidents du travail - revue Syndicaliste n° 738 - avril 2011.
Contexte	Un dossier belge concernant les accidents sur le lieu de travail présente en un seul graphique l'évolution du nombre d'accidents graves comparés au nombre total d'accidents.
Tâches	1. Que représente l'axe horizontal ? 2. Que représente l'axe vertical situé à gauche du graphique ? 3. Que représentent les bâtonnets ? 4. Que représente l'axe vertical situé à droite du graphique ? 5. Que représentent les points de la ligne brisée ? 4. Peut-on estimer le nombre d'accidents du travail graves survenus en 2005 ? 5. Peut-on estimer le nombre d'accidents du travail graves survenus en 2004 ? 6. À combien peut-on estimer le nombre total d'accidents du travail survenus en 2005 ? 7. À combien peut-on estimer le nombre total d'accidents du travail survenus en 2004 ? 8. En 1998, les deux représentations du nombre total des accidents du travail et des accidents du travail graves se superposent approximativement. Sur le graphique, qu'en est-il en réalité ? 9. Le graphique indique une « tendance » des accidents graves. Identifie cette courbe et explique ce qu'elle montre. 10. Combien y a-t-il d'années où les nombres des accidents du travail graves observés sont inférieurs aux valeurs correspondantes proposées par cette courbe de tendance ? 11. Combien y a-t-il d'années où les nombres des accidents du travail graves observés sont supérieurs aux valeurs correspondantes proposées par cette courbe de tendance ? 12. Que pourrait-on conclure des observations faites aux deux points précédents ?
Note	Les « petits traits » qui apparaissent sur l'axe horizontal n'ont aucune signification mathématique particulière ; ils sont une particularité du logiciel utilisé pour produire le graphique. Si le graphique est distribué aux élèves en dégradés de gris, une première tâche pourrait être la mise en quatre couleurs des différents éléments du graphique en lien avec la légende.

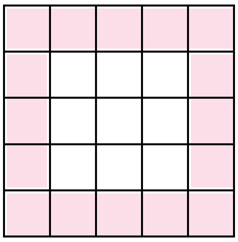
Nombre d'accidents sur le lieu de travail

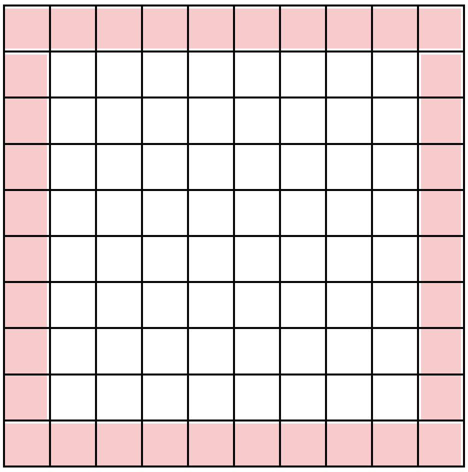


Dossier accidents du travail - chiffres belges - Revue "Syndicaliste" n°738 - avril 2011

Les fenêtres

Niveau	1re année.
Domaine	Calcul littéral et équations.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence	Construire des expressions littérales où la lettre a le statut d'indéterminée.
Source	La vie Pédagogique, Canada 2005.
Contexte	Un entrepreneur produit des fenêtres d'un certain modèle : elles sont carrées avec au centre des carreaux transparents et en bordure des carreaux colorés.





L'entrepreneur qui doit commander les carreaux de couleur voudrait bien ne pas devoir calculer chaque fois le nombre de carreaux pour produire une fenêtre de grandeur donnée. Les figures ci-dessous représentent respectivement une fenêtre de grandeur 5 et une fenêtre de grandeur 10.

Tâche	Écrire une lettre à l'entrepreneur dans laquelle tu indiques une manière de faire pour trouver rapidement le nombre de carreaux de couleur.

Déroulement

Après s'être assuré que les élèves ont bien compris la mise en situation, on les laisse rédiger leur message.

Plusieurs messages sont possibles :

1. Supposons que vous ayez une longueur de 7 carreaux de couleurs. On fait moins 1. On multiplie par 4. Cela nous donne le nombre de carreaux de couleur.
2. Vous comptez les carreaux transparents sur la largeur. Multipliez par 4. Vous ajoutez alors 4 carreaux pour les 4 coins.
3. On prend le nombre de carreaux sur un côté. Multipliez par 4. Après on enlève 4 pour les 4 carreaux de coin comptés en trop.
4. Vous comptez les carreaux transparents sur un côté, vous faites plus 2. Puis vous multipliez par 4, moins 4 pour les 4 coins.
5. Il faut que tu fasses nombre de carreaux sur un côté fois nombre de carreaux sur un côté pour le grand contour. Tu fais la même chose pour le carré transparent et tu l'enlèves.
6. Tu prends le nombre de carreaux colorés sur un côté fois 4.

Certaines de ces propositions sont erronées, d’autres n’expriment pas la solution d’une façon générale.

La question qui se pose est : « l’entrepreneur va-t-il comprendre ? »

Après avoir retenu les messages valides, on demande aux élèves de communiquer cette fois par des énoncés symboliques.

Plusieurs énoncés (formules) sont possibles ici également :

1. « $4(n-1)$ »
2. « $(L-1)\times 4$ »
3. « L longueur d’un côté et $(L-1)\times 4$ »
4. « $N-1\times 4$ »
5. « $(\text{Nombre de carreaux}-1)\times 4$ »
6. « $x-1\times 4$ »
7. « $(C-1)\cdot 4$ »
8. « $\text{CC}/L-1\times 4$ »

Le dernier énoncé est une traduction littérale du message « carreau de couleur sur la longueur moins 1 fois 4 » !

On demande aux élèves de valider les expressions en verbalisant la notation dans le contexte du dessin.

Certaines symbolisations seront précisées. Que veulent dire le N, le C ou le x ?

Certaines conventions peuvent être introduites : les messages 1 et 4 veulent-ils dire la même chose ? En quoi les parenthèses sont-elles importantes ? « $4(N-1)$ » et « $N-1\times 4$ » sont-ils des messages identiques ?

Prolongement	Si l’entrepreneur dispose de 84 carreaux de couleur, quelle fenêtre pourra-t-il fabriquer en utilisant exactement tous les carreaux ? Si la fenêtre compte 64 carreaux transparents, combien faudra-t-il utiliser de carreaux colorés ?
Situations similaires	1. L’enseignant peut fournir aux élèves un certain nombre de « messages » et leur demander de les valider par rapport à la compréhension qu’en aurait l’entrepreneur. 2. L’enseignant peut fournir aux élèves un certain nombre de « formules » et leur demander de les valider par rapport à la compréhension qu’en aurait l’entrepreneur.

Calendrier

Niveau	2^e année.
Domaine	Nombres et grandeurs.
Axe	Appliquer une procédure.
Compétences	- Passer d’une forme littérale à une autre. - Calculer des valeurs numériques d’expressions littérales. - Trouver des régularités dans un tableau figuré de nombres (calendrier). - Traduire, dans un contexte significatif, des propriétés sur des opérations par une expression littérale.
Commentaire	Ces situations visent à explorer les transformations algébriques orientées dans un but particulier : celui de prouver une conjecture issue de l’exploration numérique. La lettre a ici un statut d’indéterminée. Elle permet de considérer que, quels que soient les nombres sur lesquels se fondent les raisonnements, la conjecture se vérifiera dans tous les cas.
Source	Document CFWB : pistes didactiques pour la 2^e année de l’enseignement secondaire, évaluation externe non certificative de 2008 (p. 18 sq.).
Contexte	Voici un calendrier.

Janvier 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Février 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29				

Mars 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Avril 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

Mai 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Juin 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Juillet 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Aout 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Septembre 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

Octobre 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Novembre 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Décembre 2012

L	Ma	Me	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Tâche 1	1. Choisis un mois de l'année. Dans ce mois, entoure un cadre carré de telle sorte qu'il contienne neuf dates (considère chaque date comme un nombre). 2. Calcule le produit du premier nombre (le plus petit) et du neuvième nombre (le plus grand). 3. Calcule le produit du troisième et du septième nombre. 4. Calcule la différence entre les deux produits que tu as calculés. 5. Applique le même programme de calcul en choisissant un autre cadre. 6. Quel lien peux-tu établir entre les différences obtenues à partir de cadres différents ?

Note

La tâche décrit une phase de « recherche » empirique.

La réalisation de quelques « programmes de calcul » conduit l'élève à observer que les différences qu'il calcule valent toujours 28 ou -28 quel que soit le « cadre » qu'il se choisit.

Tâche 2	Montre que le résultat était prévisible.

Note

Pour modéliser la situation par le calcul littéral, l'élève doit observer les régularités présentes dans tous les cadres (complets) observables dans les différents calendriers. Horizontalement, la progression entre un nombre et son vis-à-vis de gauche est toujours d'une unité. Verticalement, la progression entre un nombre et son vis-à-vis du dessus est toujours de sept unités.

1. L'attribution de la valeur indéterminée x à la case en haut à gauche permet de construire le tableau suivant.

L	Ma	Me	J	V	S	D
		x	$x+1$	$x+2$		
		$x+7$	$x+8$	$x+9$		
		$x+14$	$x+15$	$x+16$		

L'élève doit produire l'une des deux différences :

$$x(x+16)-(x+2)(x+14)$$

ou $$(x+2)(x+14)-x(x+16).$$

et vérifier par des transformations algébriques qu'elles valent toujours 28 ou -28.

2. L'attribution de la valeur indéterminée x à la case centrale permet de construire un tableau qui présente une forme plus « équilibrée ».

L	Ma	Me	J	V	S	D
		$x-8$	$x-7$	$x-6$		
		$x-1$	x	$x+1$		
		$x+6$	$x+7$	$x+8$		

L'élève doit produire l'une des deux différences :

$$(x-8)(x+8)-(x+6)(x-6)$$

ou $$x^2-64-(x^2-36).$$

et vérifier par des transformations algébriques qu'elles valent toujours 28 ou -28.

Quelle est la question ?

Niveau	2^{e} année.
Domaine	Nombres.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétence	Élaborer un problème traduit par un calcul[4].
Commentaire	Dans le cadre de l'étude de la division euclidienne, on donne un sens à une opération.
Tâche	L'affichage d'une calculatrice a permis de lire : $63 \div 8 = 7{,}875$. Quel problème résolvait-on et quelle est la vraie réponse au problème ?

Déroulement

Cette tâche peut servir de situation initiale à l'introduction de la relation d'Euclide.

Les élèves individuellement, puis en binôme et enfin en collectif exposent leur production.

On dégage plusieurs types d'énoncés. Voici trois exemples que l'on peut rencontrer :

- 63 personnes attendent le bac pour rejoindre l'ile située au milieu de la Meuse à Yvoir. Le bac ne peut transporter que 8 personnes à la fois. Combien de voyages sont nécessaires pour mener les 63 personnes sur l'ile ?

  L'élève devra expliquer que, en définitive, le bac fera 8 voyages.
- Une planche d'étagère à 63 cm de long. Des fardes ont une épaisseur de 8 cm. Combien peut-on mettre de fardes sur la planche ?

  L'élève devra expliquer qu'on placera 7 fardes sur la planche.
- Un ruban de 63 cm est partagé en 8 morceaux de longueur égale. Quelle est la longueur de chaque morceau ?

  Dans ce cas, l'élève choisira une réponse approchée (par défaut ou par excès ?) de 7,8 cm par exemple.

Note

La relation d'Euclide peut être introduite par cette activité, mais aussi les encadrements de fractions.

---

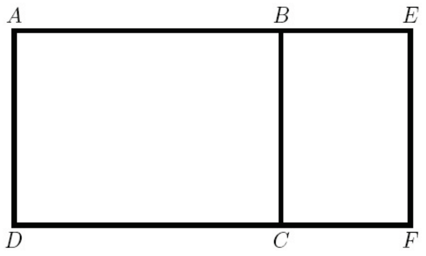
[4] Les compétences du programme sont des exemples, nous nous sommes donné la liberté d'en préciser d'autres le cas échéant.

À vos calculatrices !

Niveau	2^e année.
Domaine	Nombres.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence	Respecter les priorités des opérations pour effectuer des opérations à la calculatrice dans des contextes variés.
Commentaire	En utilisant leur calculatrice, les élèves commettent parfois des erreurs de calcul. Ils opèrent trop souvent dans l'ordre de lecture des opérations, à savoir de gauche à droite et de haut en bas. Ainsi, ils ne respectent pas les parenthèses implicites (les barres de fractions) qu'il est pourtant nécessaire de rétablir pour la bonne réalisation du calcul. L'activité propose de tester si les élèves utilisent correctement leur calculatrice pour calculer des quotients de la forme $\frac{a+b}{c+d}$ ou $\frac{ab}{cd}$ ou encore $\frac{a}{\frac{b}{c}}$.
Source	Inspiré de travaux de l'Académie de Clermont-Ferrand 2005 (publié par Banqoutils).
Contexte	Voici cinq problèmes. Ils ont un point commun dans la démarche de calcul à utiliser.

Problème 1

Un club de sport achète une tenue pour chacun de ses 25 adhérents. Chaque tenue est composée d'un maillot et d'un short. Tous les maillots coutent 410 €. Tous les shorts coutent 260 €. Calcule le prix d'une tenue.



Problème 2

La figure ci-contre représente un garage $ABCD$ de forme rectangulaire. La longueur de $[AB]$ est 6,8 m. On agrandit le garage en augmentant cette longueur de 3,3 m.

L'aire totale du garage agrandi $AEFD$ est alors de 42,2 m². Calcule la largeur $[AD]$ du garage.

Problème 3

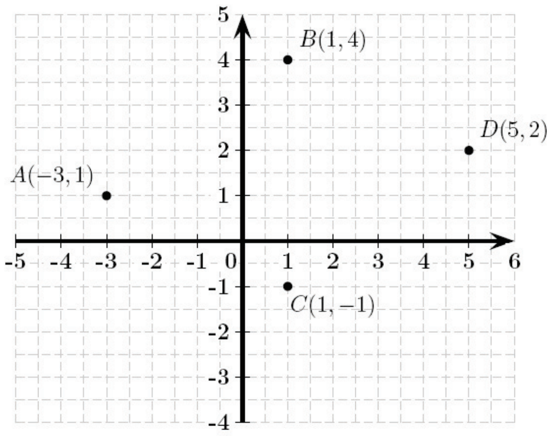
Le prix d'une bouteille de vin contenant $\frac{3}{4}$ de litre est 10,80 €. Calculer le prix d'un litre de ce vin.

Problème 4

Voici une égalité : $\frac{x+200}{4}+\frac{x}{3}=x$. Cette égalité est-elle vérifiée pour $x=180$? Puis pour $x=120$?

Problème 5

À l'aide des coordonnées (x, y) des points A, B, C et D, vérifie cette égalité : $\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{y_C-y_D}{x_C-x_D}$.



Tâche	Résous chacun des problèmes à l'aide de ta calculatrice. Garde une trace écrite du calcul que tu as effectué.

Déroulement

Lors de la correction, des résultats différents apparaissent, même si la démarche opératoire semble identique. On insistera sur la hiérarchie des opérations et sur le fait que, à la calculatrice, les parenthèses doivent être introduites.

Dans le cas contraire, une opération du type $\frac{a+b}{c}$ sera effectuée par la calculatrice comme $+\frac{b}{c}$, qui ne fournit évidemment pas le même résultat.

Il peut être utile de faire noter par les élèves, la séquence des touches à utiliser. On propose ainsi de modéliser un problème par une suite d'opérations à effectuer à la calculatrice.
Par exemple, l'opération $\frac{410+260}{25}$ se traduit par la séquence de touches :

$\boxed{(}\quad\boxed{4}\quad\boxed{1}\quad\boxed{0}\quad\boxed{+}\quad\boxed{2}\quad\boxed{6}\quad\boxed{0}\quad\boxed{)}\quad\boxed{\div}\quad\boxed{2}\quad\boxed{5}\quad\boxed{=}$

On peut aussi présenter la touche de fonction $\boxed{\text{a/b}}$ et les modes « math » ou « linéaire » de certaines calculatrices scientifiques.

Note

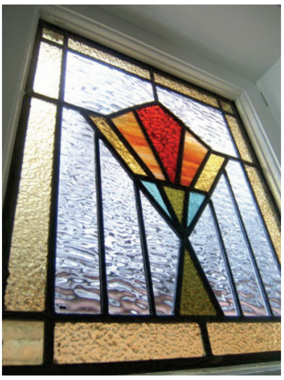
Si la mise en équation a déjà été abordée, on peut aussi proposer une autre version pour le problème 4.

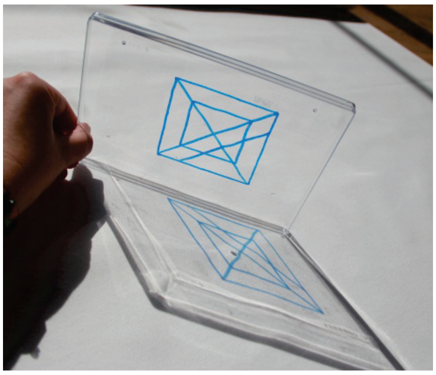
Alison, Bernard, Caroline et Maxime comparent leurs collections de CD.

Alison : *J'en ai 200 !*
Bernard : *J'en possède le quart de ta collection et de celle de Caroline réunies.*
Maxime : *Je n'ai que le tiers de la collection de Caroline.*
Caroline : *J'en ai autant que Bernard et Maxime réunis !*

Retrouve le nombre de CD de Caroline, puis de Bernard et Maxime.

L’ombre d’un vitrail



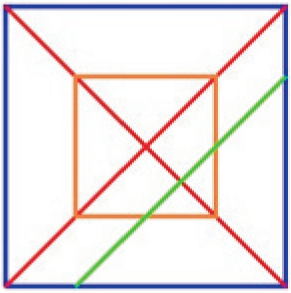
Niveau	2^e année.
Domaine	Solides et figures.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétences	- Dans un contexte relatif aux ombres, relever la présence d’éléments conservés ou non (première approche des projections parallèles). - Décrire les particularités de l’ombre au soleil en termes d’alignement, de parallélisme et de conservation des rapports.
Contexte	L’armature en plomb d’un vitrail de forme carrée apparait par transparence dans la partie supérieure de la figure ci-dessous. Lorsque le vitrail est exposé au rayon du soleil, l’armature est projetée sur le sol. 
Tâche	L’armature du vitrail et l’ombre de l’armature extérieure du vitrail ont déjà été représentées à la page suivante. Dessine avec précision les ombres des plombs manquantes.

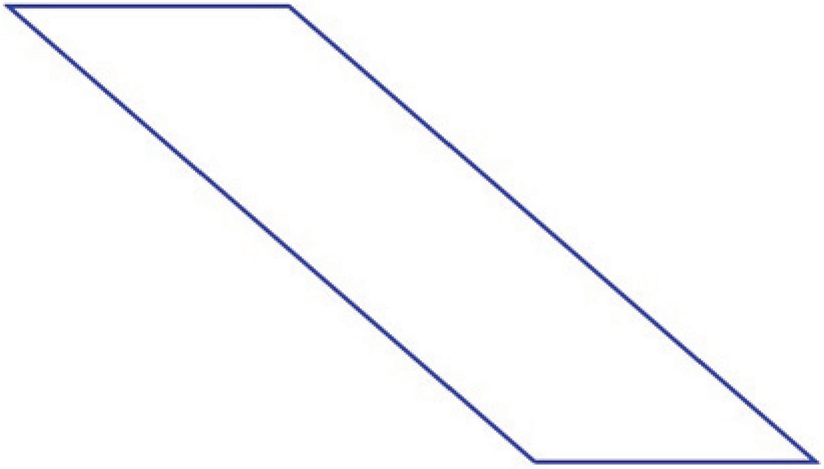
Déroulement

Les élèves peuvent développer plusieurs démarches. La tâche peut être réalisée en :

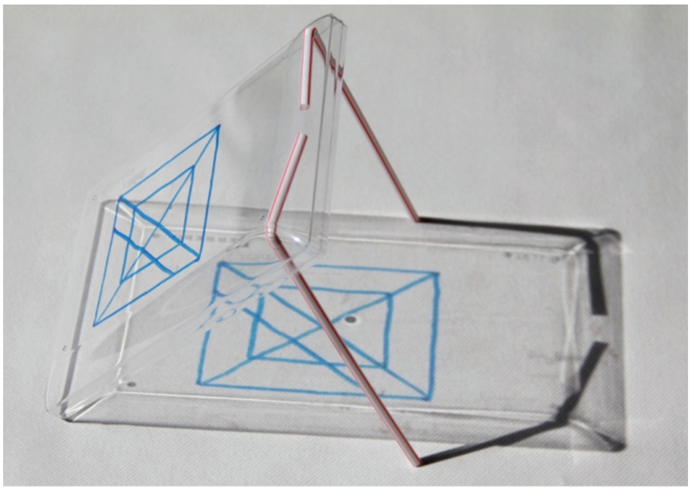
- construisant les « rayons projetant » du soleil issus de tous les sommets de l’armature ;
- tenant compte de l’invariance du parallélisme dans les ombres au soleil ;
- utilisant la conservation des rapports de proportionnalité des longueurs.

1. Les images des « diagonales » sont les premières à être tracées : elles ne présentent pas de difficulté puisqu’elles joignent des points dont les images sont connues. Elles sont cependant plus longues et ne sont plus perpendiculaires entre elles. Il n’y a donc pas conservation des mesures de longueurs et d’amplitudes d'angles.
2. Une phase de mesurage est ensuite nécessaire pour pouvoir reporter le quadrilatère intérieur. Les points milieux des demi-diagonales forment un carré dont l’image est un parallélogramme. L’invariant du parallélisme intervient ici, mais certains élèves risquent d’essayer de conserver l’angle droit du carré initial.
3. Le dernier « segment » qui relie deux côtés consécutifs du carré a ses extrémités à 1 cm des sommets du carré initial. Cette mesure est l’obstacle principal de la tâche, car les élèves pourraient être tentés de reporter cette longueur en absolu et non le rapport (1 cm sur la longueur du côté). L’élève doit comprendre que cette mesure ne peut être « reportée » telle quelle **sur les deux** côtés de l’ombre, car l’un n’a pas conservé sa mesure initiale. L’élève qui placerait les extrémités d’abord ne construira pas un segment parallèle à la diagonale. C’est le rapport proportionnel des longueurs (image/objet) qui sera utilisé pour tracer correctement ce dernier segment.

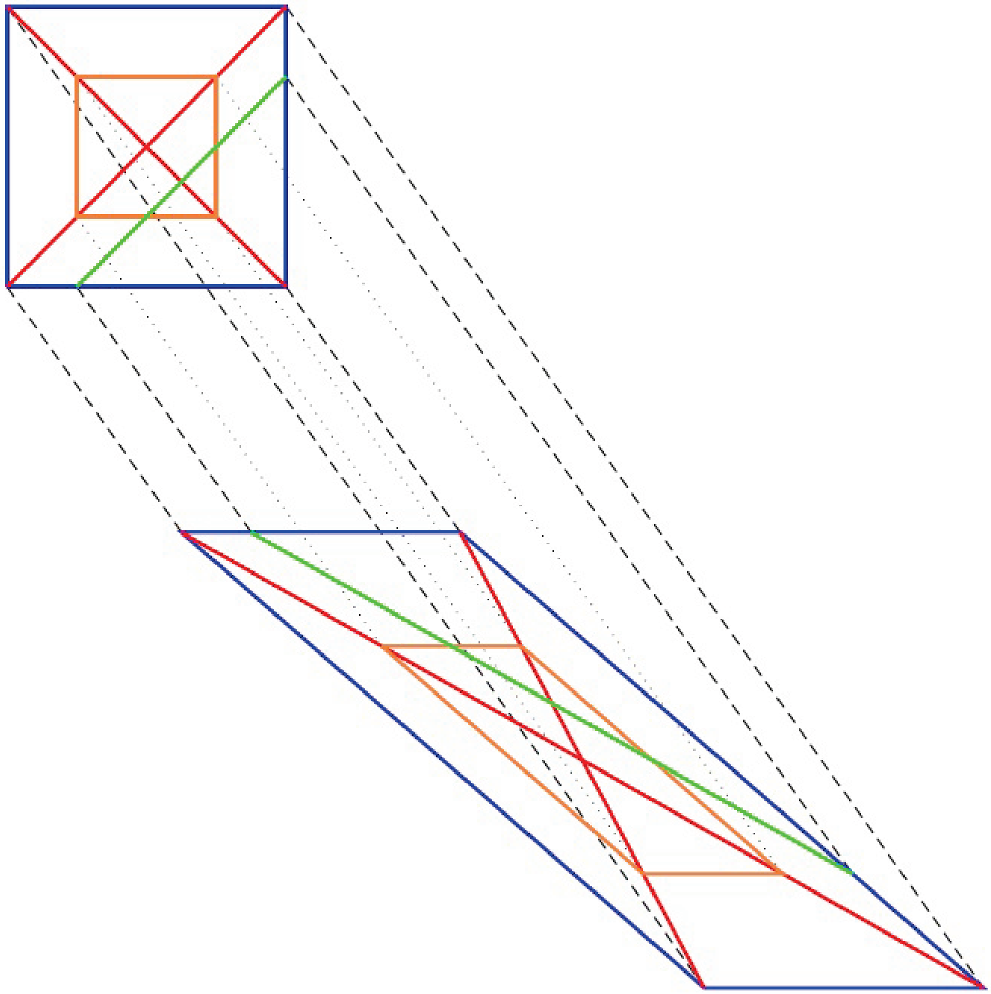




Note	Il peut être utile de rencontrer cette tâche avant de procéder au rappel des invariants fondamentaux des isométries. L'élève découvre ainsi que toutes les transformations du plan ne possèdent pas toutes les mêmes invariants ! De plus, les liens à faire avec la proportionnalité sont évidents. Un matériel simple peut être confectionné pour voir l'ombre « en vrai », par temps ensoleillé bien sûr ! C'est ainsi que les images reproduites dans cette tâche utilisent le couvercle plastifié d'une confiserie chocolatée qui fait le plaisir de l'ambassadeur. Des « pailles courbées » permettent de faire « tenir » le couvercle dans la position oblique souhaitée.

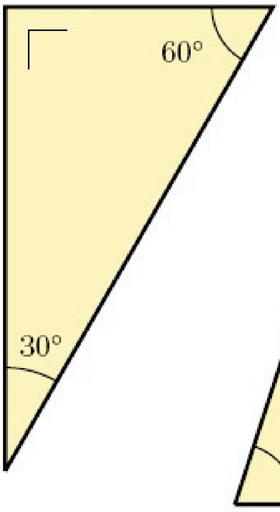


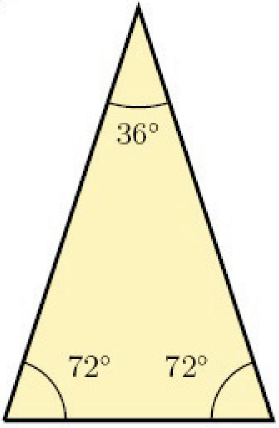
Annexe	La solution utilisant seulement le tracé des « rayons projetant ».

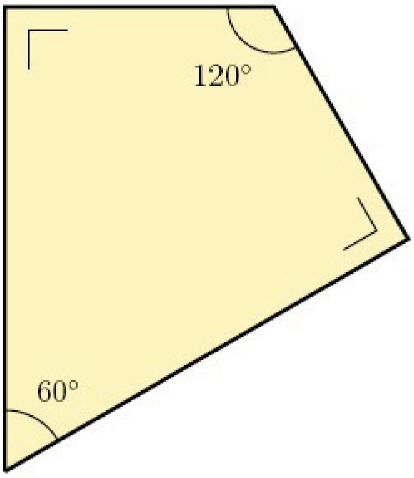


Rompre la glace

Niveau	2e année.
Domaine	Solides et figures.
Axe	Résoudre un problème.
Compétences	- Résoudre des problèmes qui mettent en évidence la présence de points fixes dans les symétries. - Construire des figures simples répondant à des conditions données.
Commentaire	Les contextes de pliage, découpage, pavage, rosaces et autres mouvements dans le plan de figures sont une première étape dans la construction des savoirs relatifs aux symétries et rotations de polygones. Dans cette activité, il s'agit d'utiliser deux miroirs ! Les effets sont parfois surprenants …
Contexte	Place deux miroirs verticalement le long de deux côtés adjacents d'un de ces polygones. Assemble-les éventuellement avec du papier collant.



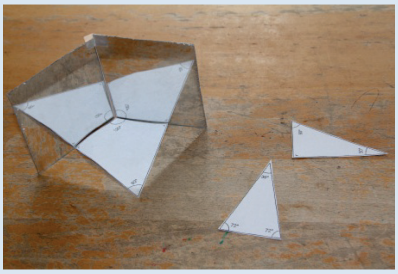


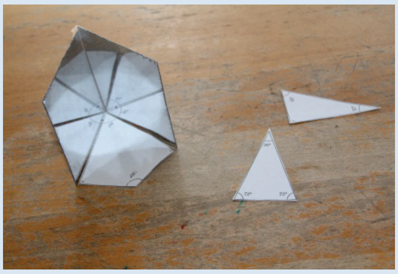


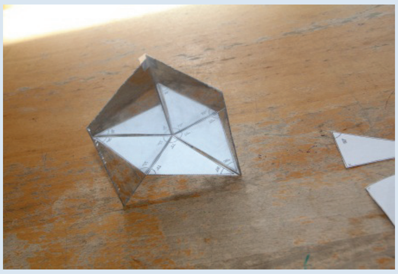
Tâche	Place-toi dans la direction qui correspond au « plan de symétrie » de ces deux miroirs (c'est aussi le plan « bissecteur » des deux miroirs). Construis avec précision la figure que tu observes dans les miroirs. Et si tu choisis un autre de ces deux polygones, arrives-tu ***à prévoir*** la figure que tu obtiendrais ?

Déroulement

La phase de manipulation est essentielle : on utilise deux miroirs. La figure n'a pas donc pas la particularité d'une rosace, elle *« ne tourne pas »* ! C'est bien d'une construction par symétries orthogonales qu'il s'agit.

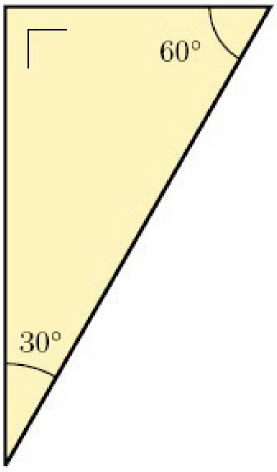


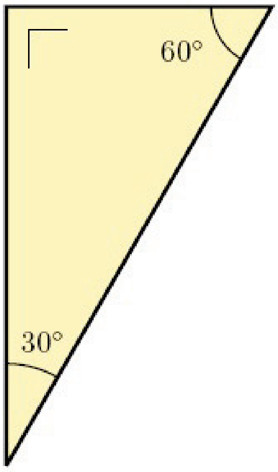


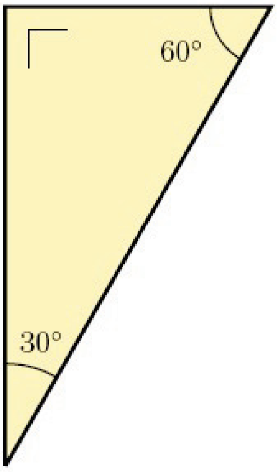


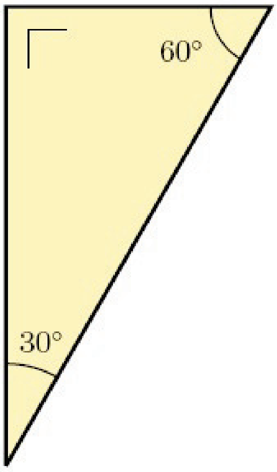
La phase de construction est l'objectif poursuivi. Après la manipulation et l'observation, l'utilisation des invariants devient efficace. La dernière étape de « prévision » (comme « *prédire* » ou « *avant de voir* ») pose réellement problème ! Il faut alors procéder par étapes, mais simultanément sur les deux côtés face à un miroir, afin d'éviter des superpositions erronées.

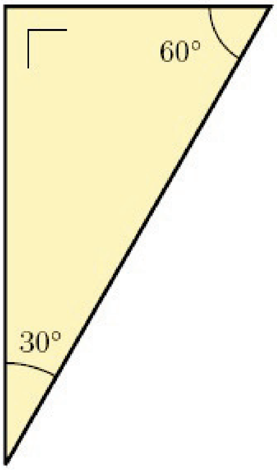
Note	L'utilisation d'un logiciel de dessin (Cabri-géomètre, par exemple) peut être un outil utile à l'observation et à la correction. Au lieu de « reproduire » la figure observée, l'élève peut également la construire en utilisant les modèles des trois formes fournis ci-après et préalablement découpés.

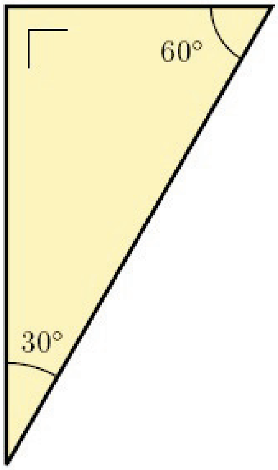


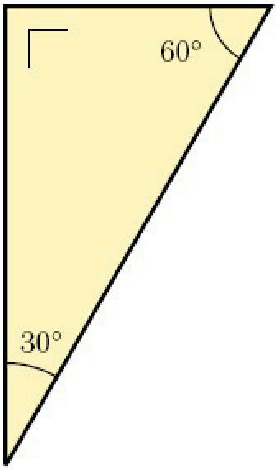


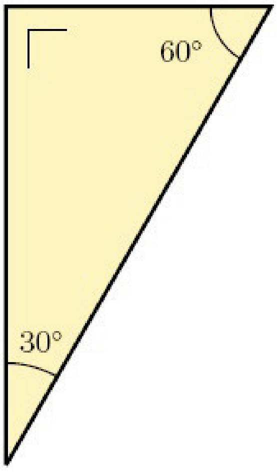


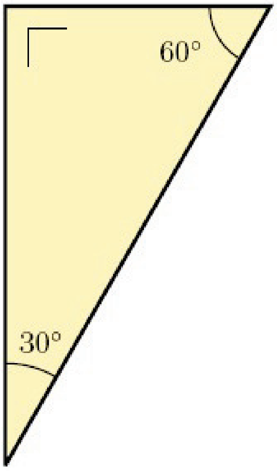


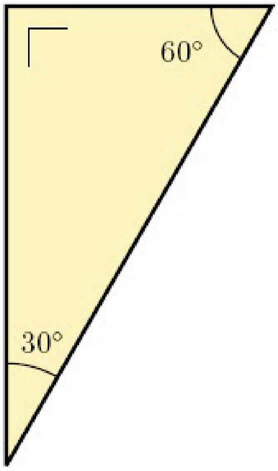


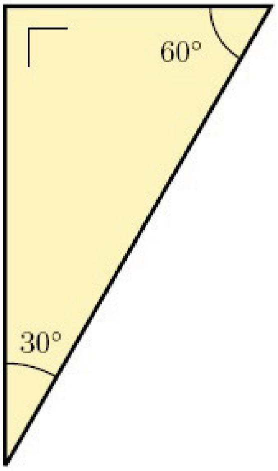


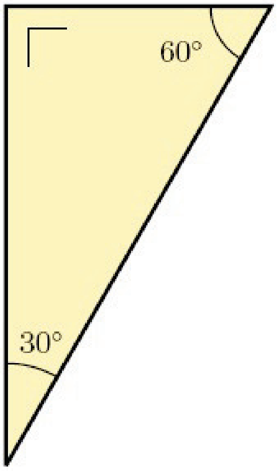


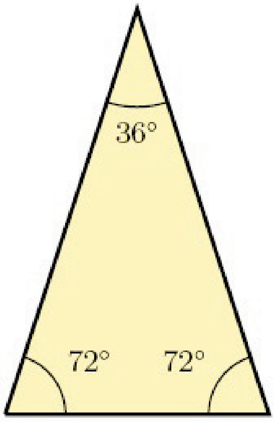


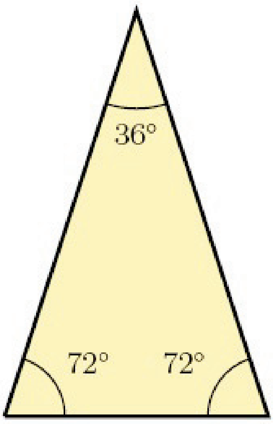


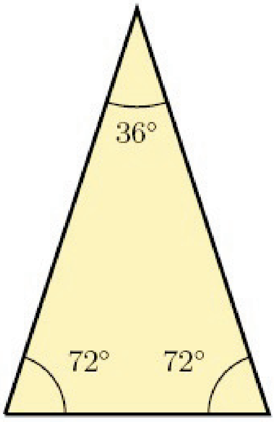


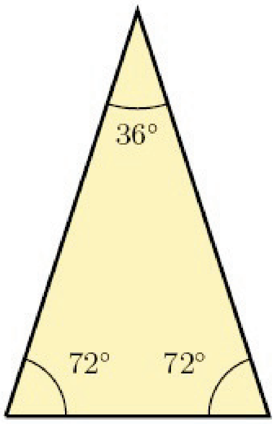


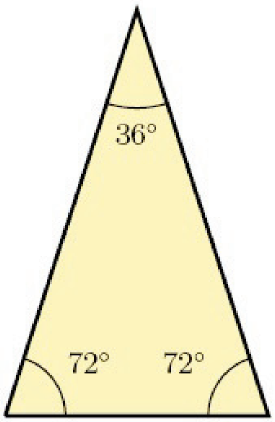


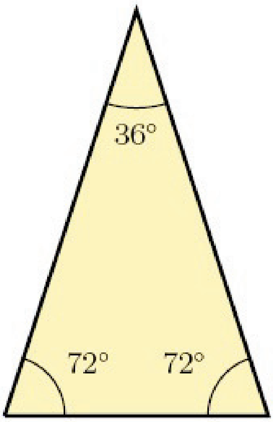

36°
72°
72°

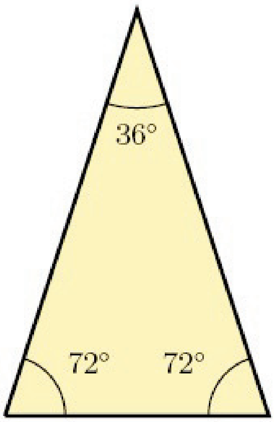

36°
72°
72°

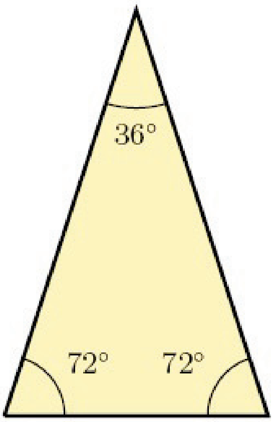

36°
72°
72°

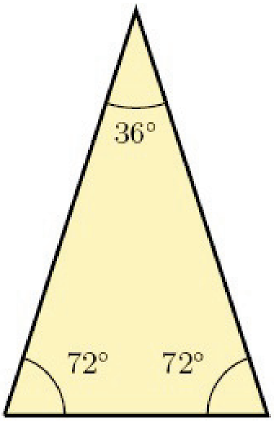

36°
72°
72°

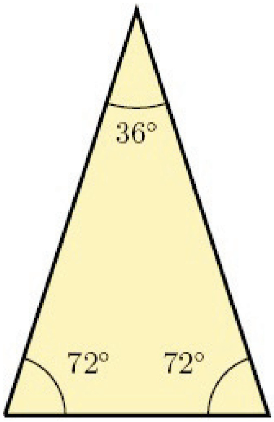

36°
72°
72°

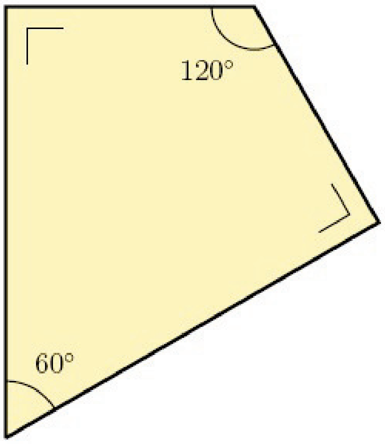

36°
72°
72°

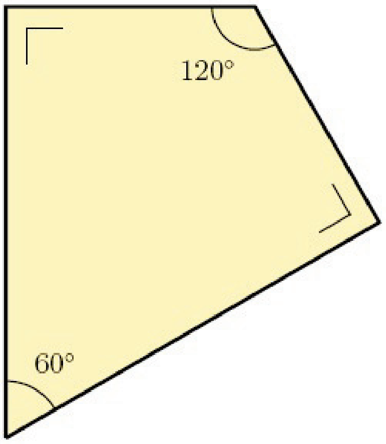

36°
72°
72°

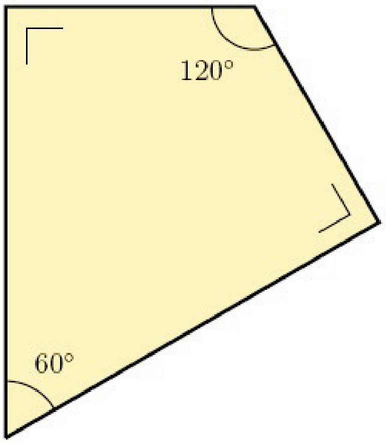

36°
72°
72°

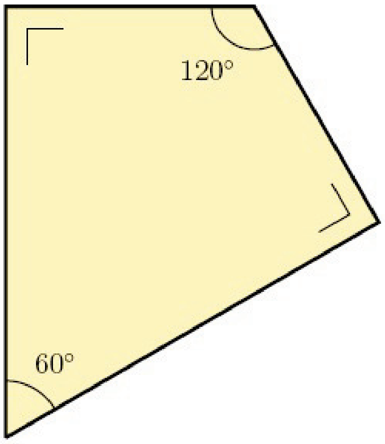

36°
72°
72°

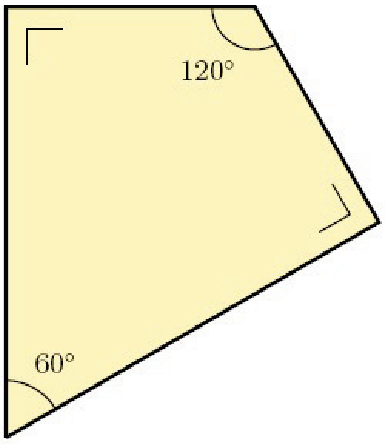

36°
72°
72°

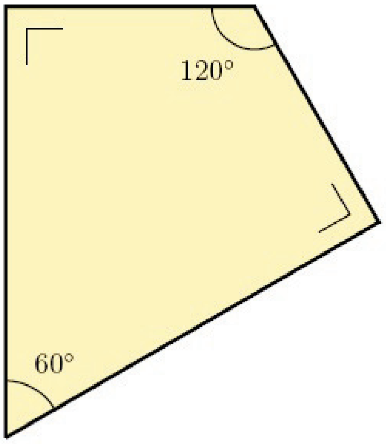

120°
60°


120°
60°


120°
60°


120°
60°


120°
60°


120°
60°

Des positions sous conditions

Niveau	2^{e} année.
Domaine	Solides et figures.
Axe	Expliciter des savoirs et des procédures.
Compétences	- Décrire les propriétés de la médiatrice d'un segment, de la bissectrice d'un angle. - Énoncer et comprendre quelles propriétés suffisent pour construire des figures géométriques particulières (ici : cercle, droite parallèle, ...).
Commentaire	On part d'un « vécu physique » pour positionner des objets à des emplacements soumis à des conditions (donc des lieux), ensuite, ces objets deviennent des éléments abstraits de géométrie : points, droites par simple transfert du « vécu physique » sur le papier.
Contexte	Nous allons bientôt descendre dans la cour de récréation ... pour faire de la géométrie ! Le but de l'activité est de « *vivre physiquement* » des situations transférables avec des points, des droites, des cercles, ... Il faudra prendre des « *photos mentales* » de chaque situation pour le retour en classe. Il s'agira alors de dessiner (avec équerre et/ou compas) chaque situation vécue. Attention, la consigne à suivre dans la cour est simple : répondre aux conditions données, mais interdiction de parler ... Il faut coopérer sans échanger d'avis !
Tâches	*Consignes à donner oralement dans la cour :* 1. Placez le plus d'élèves possible à « trois pavés » de ce mur. 2. Placez le plus d'élèves possible à « dix pieds, pointure 40 » de Camille. 3. Placez-vous tous à 2 mètres de cette rigole (au milieu de la cour). 4. Placez-vous tous à la même distance de ces deux murs (choisir des murs parallèles). 5. Placez-vous tous plus près de Damien que de Ludovic. 6. Placez le plus d'élèves possible à la même distance de Damien et de Ludovic. 7. Placez-vous tous plus près de ce mur que de ce mur (choisir des murs non parallèles). 8. Placez le plus d'élèves possible à la même distance de ces deux murs (idem).

Dépassement

9. Placez le plus possible d'élèves à « 10 pieds, pointure 36 » de Sophie et à « 3 pieds, pointure 38 » de Marie. (*Impossible pour tous les élèves, deux places seulement sont possibles*)

Déroulement

L'activité dans la cour doit être présentée en classe et le but visé explicité. La partie dans la cour ne prend qu'une quinzaine de minutes. Il est important de passer ensuite à la retranscription en dessins mathématiques. On pourra demander aux élèves de se souvenir des consignes données oralement. Chaque situation vécue physiquement sera analysée : quelle était la condition ? à quelle consigne géométrique cela correspondrait-il ? quel est l'objet mathématique répondant à cette condition ? etc.

Note

Il est aussi possible
- de faire cette activité dans une grande salle ;
- d'utiliser des petites silhouettes (type *Playmobil*) sur une grande table ;
- d'utiliser des « magnets » si l'on dispose d'un tableau à fond métallique.

L'Ourthe

Niveau	2e année.
Domaine	Les grandeurs proportionnelles.
Axe	Résoudre un problème.
Compétences	- Compléter un tableau de proportionnalité. - Répondre à des questions sur base d'un tableau.
Contexte 1	L'Ourthe a encore débordé ! Pour évacuer l'eau de ma cave, j'utilise une pompe qui vide 12 litres d'eau toutes les 5 secondes.
Tâche 1	Complète le tableau ci-dessous en sachant que la quantité d'eau évacuée est proportionnelle au temps de pompage.

Durée de pompage (en secondes)	Quantité d'eau évacuée (en litres)
5	12
50	
	1 200
	6 000
	7 200
	72 000
3 600	

Contexte 2	J'ai installé la pompe lorsque l'Ourthe a cessé de déborder dans ma cave. À ce moment, la hauteur d'eau observée dans ma cave était de 60 cm. Après 25 minutes de fonctionnement de la pompe, le niveau n'était plus que de 57 cm.
Tâche 2	En t'aidant du tableau ci-dessous, peux-tu déterminer le temps nécessaire pour vider entièrement ma cave ?

Durée de pompage (en minutes)	Hauteur d'eau évacuée (en cm)	Hauteur d'eau observée (en cm)
25		57

Prolongement

1. Après avoir calculé la durée totale du pompage, il est possible de calculer le volume total d'eau évacuée.
   Le tableau de la tâche 2 montre que les 60 cm de hauteur d'eau seront évacués en 500 minutes ou encore 30 000 secondes et le premier tableau montre que c'est exactement la durée nécessaire pour évacuer 72 000 litres d'eau.
2. À partir de ce volume et compte tenu de ce que la hauteur d'eau dans la cave était de 60 cm, il est possible d'estimer l'aire du sol de celle-ci.
   En assimilant l'espace occupé par l'eau dans la cave à un parallélépipède rectangle dont le volume est de 72 000 dm^3 avec une hauteur de 6 dm, on calcule une base de 12 000 dm^2 ou encore 120 m^2.

Le pain quotidien

Niveau	2^{e} année.
Domaine	Traitement de données.
Axe	Expliciter les savoirs et les procédures.
Compétences	- Lire et interpréter des informations diverses (par exemple, une publicité) - Comprendre les graduations des instruments de mesure. - Choisir avec pertinence le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice. - Construire un angle d'amplitude donné avec un outil adéquat (le « pourcenteur »).
Commentaire	L'élève observe et décode des informations à caractère statistique présentées sous une forme non conventionnelle. Il retranscrit les informations dans un diagramme circulaire et il répond à des questions relatives à l'article. Pour réaliser la tâche, l'élève peut utiliser un pourcenteur (rapporteur particulier où les angles sont exprimés en pourcent) (*Annexe à photocopier sur transparent afin de fournir à chaque élève un pourcenteur).*
Tâches	1. Traduire les informations fournies par un diagramme circulaire. 2. Lire et interpréter les informations recueillies dans le document. Voici des exemples de questions. - Dans quelle rubrique place-t-on le loyer de la boulangerie ? - Quelle est la TVA appliquée sur les denrées alimentaires ? - Quel est le bénéfice en € sur un pain ? - Si le boulanger vend 250 pains, quel sera le cout hors TVA de cette production ? - Quel sera le bénéfice au bout d'une journée si le boulanger vend 341 pains ? - Peut-on dire que la main d'œuvre représente presque la moitié du cout d'un pain ? Explique.

Prolongement

- Admettre la même répartition en pourcentage sur un pain vendu 3 € et calculer la valeur de chacune des parties.
- Examiner ce que devient le prix du pain :
  1. si le boulanger veut augmenter son bénéfice ;
  2. si l'énergie augmente de 20 % ;
  3. si les autres postes ne varient pas et que les frais généraux passent à 0,29 € ou à 12 % ou diminuent de 5 % de leur valeur actuelle.

Voir annexes aux pages suivantes.

VOTRE PAIN QUOTIDIEN

Chaque matin, le boulanger propose du pain frais. Il a pétri la pâte avec amour et cuit des centaines de miches toute la nuit. Mais qu'est-ce qui détermine le prix de votre pain quotidien ?

14,7 %

FRAIS GÉNÉRAUX

€ 0,31

Aménagement de la boulangerie et de l'espace commercial. Ce qui comprend également le loyer ou le prêt hypothécaire.

4,7 %

ÉNERGIE

€ 0,1

Cuire demande de l'énergie. Un boulanger indépendant peut cuire jusqu'à 250 pains dans son four.

4,6 %

BÉNÉFICE

€ 0,1

Après déduction de toutes les autres charges, le boulanger retrouve ce pourcentage dans sa caisse.

46,5 %

SALAIRES

€ 0,98

Les frais de personnel – que sont le salaire du boulanger indépendant lui-même et celui de son personnel – s'élèvent presque à la moitié du prix de revient d'un pain.

23,5 %

INGRÉDIENTS DE BASE

€ 0,48

Farine, eau, sel, levure et adjuvants pour pain. Le froment, produit de base, représente moins de 10 % du prix de revient total d'un pain.

6 %

TVA

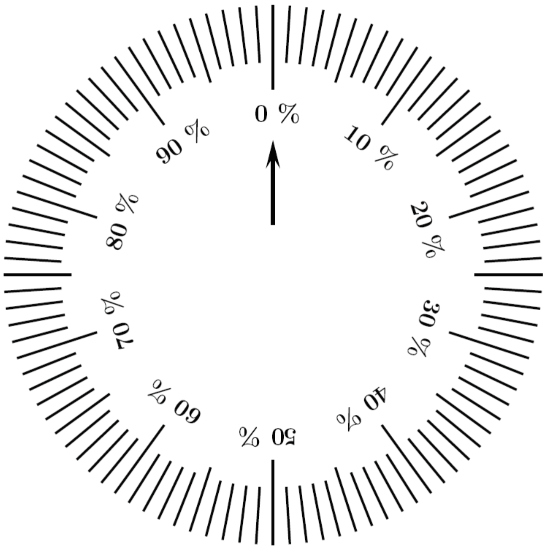
€ 0,13

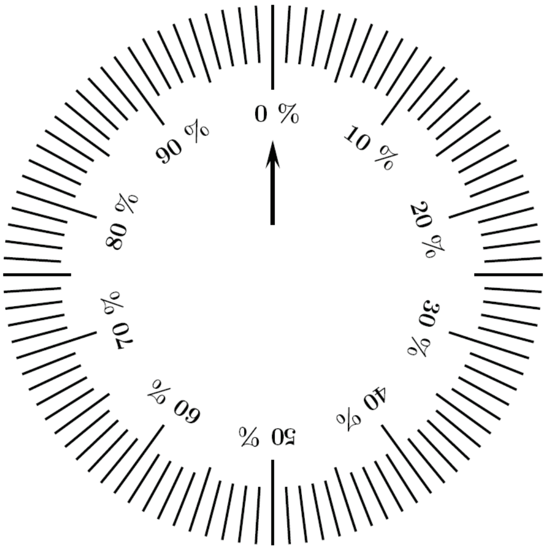
En magasin, le boulanger doit appliquer le taux de TVA en vigueur pour les denrées alimentaires, soit 6 %.

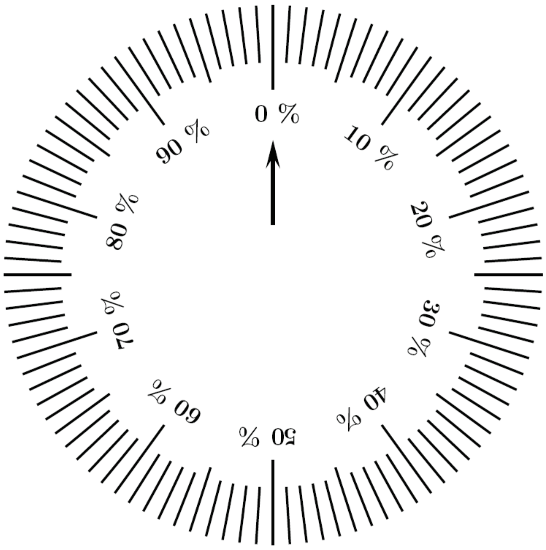
€ 2,10

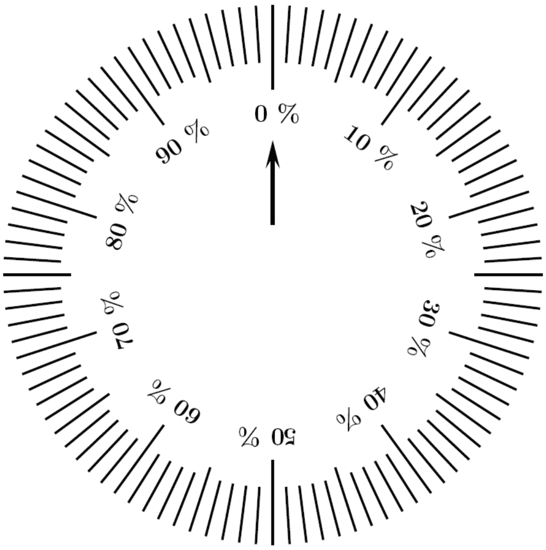
Nos remerciements à la Fédération flamande des boulangers (VeBIC)

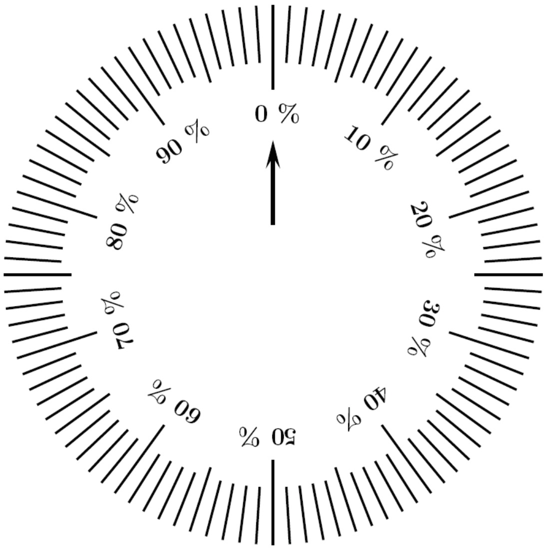
Le pourcenteur

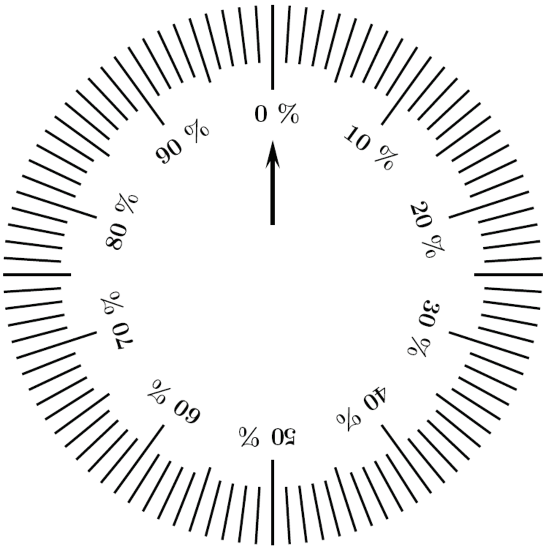












Situation similaire

On trouvera ci-dessous et à la page suivante deux autres sources d'inspiration pour une tâche du même ordre. Il s'agit de données concernant d'une part « le prix du diésel » et d'autre part le « prix d'une brique ». Ici aussi, la richesse de l'information à caractère statistique contenue dans ces documents se trouve dans la présentation non conventionnelle des résultats.

COMBIEN ÇA COÛT

Le coût de l'exploitation du pétrole, de son transport, de son raffinage et de sa distribution représente juste un peu plus de la moitié du prix du diesel à la pompe. Qu'est-ce qui justifie le reste du prix ?

UN LITRE DE

DIESEL

prix maximum : € 1,4720

CONTRIBUTION BOFAS **0,13%**

€ 0,0020

La contribution Bofas est destinée au « Fonds d'Assainissement des Sols des stations-service ». Le Bofas offre un soutien opérationnel et/ou financier pour l'assainissement du sol des stations-service en Belgique.

CONTRIBUTION APETRA **0,83%**

€ 0,0123

La contribution Apetra est destinée à l' « Agence PÉTRolière – PETRoleumAgentschap ». L'Apetra gère les réserves stratégiques de pétrole pour 90 jours de consommation nationale, une obligation imposée par l'Europe.

MARGE DE DISTRIBUTION **11,22%**

€ 0,1651

Tous les coûts pour amener le diesel de la raffinerie à votre réservoir de carburant, y compris les éventuelles ristournes commerciales : transport de la raffinerie vers le lieu de stockage, stockage, transport vers les stations-service, distribution aux stations-service, coûts de marketing et de promotion.

ACCISES ET CONTRIBUTION SUR L'ÉNERGIE **29,41%**

€ 0,4329

Accises + contribution sur l'énergie + TVA = 47,46 % du prix d'un litre de diesel. Pour l'essence, ce pourcentage passe à environ 55 %.

PRIX AU DÉPART DE LA RAFFINERIE **41,05%**

€ 0,6043

Prix de revient industriel du diesel raffiné à partir de pétrole brut. Pour notre marché, le prix est déterminé sur la base des cotations internationales des produits finis sur le marché de Rotterdam. Ce prix s'exprime en dollars par tonne, mais est converti en euros par 1 000 litres.

TOTAL HORS TVA **82,64%**

€ 1,2165

TVA (21 %) **17,36%**

€ 0,2555

» **PLUS D'INFORMATIONS**

www.economie.fgov.be > Énergie > Énergie non-renouvelable – Pétrole.

Source : *www.petrolfed.be*

Sur la base du prix maximum officiel au 1er août 2011.

POSER LA PREMIÈRE PIERRE , COMBIEN ÇA COÛTE ?

Selon l'adage, chaque Belge aurait une brique dans le ventre ! Pourtant, nous sommes peu nombreux à connaître la liste des matériaux nécessaires à la production d'une brique. Sans parler de son coût réel… En effet, contrairement aux apparences, ce produit est plus complexe qu'il n'en a l'air, particulièrement sur le plan de sa composition. Et, autre fait marquant, les matières premières ne représentent pas la majeure partie de son coût de production.

3 %

CHARGES DIVERSES

€ 0,0072

6 %

AMORTISSEMENTS

€ 0,0144

Les investissements concernent majoritairement les bâtiments et le parc de machines.

1 PETITE BRIQUE : € 0,24*

37 %

SALAIRES ET CHARGES SOCIALES

€ 0,0888

Une briqueterie est une usine largement automatisée. Néanmoins, les collaborateurs chargés de la commande et de l'entretien des machines sont hautement qualifiés. Et, outre le personnel affecté à la production, l'entreprise compte aussi des employés chargés des services habituellement présents au sein d'une entreprise.

18 %

MATIÈRES PREMIÈRES

€ 0,0432

La brique classique ne se résume plus à de l'argile passée au four. En effet, une vingtaine de matières premières entrent, au bas mot, dans sa composition. Dans ce cas précis : quatre types de terre de moulage, trois de glaise, six ou sept sortes de sable, sans compter quelques additifs pour la couleur.

10 %

COÛTS TECHNIQUES

€ 0,024

Ce volet englobe principalement les achats de matériel technique et de pièces détachées, ainsi que le recours aux services externes de maintenance.

26 %

ÉNERGIE

€ 0,0624

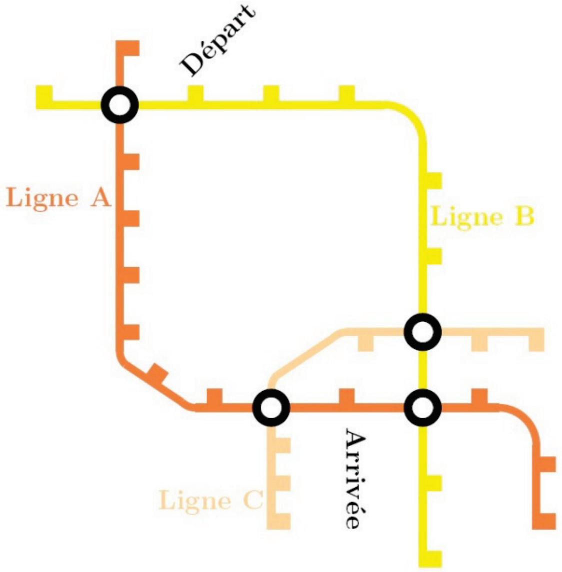
La brique est cuite à 1 070 °C dans un four au gaz naturel. L'air chaud est ensuite récupéré pour sécher les briques à 70 °C. Et, cela va de soi, de l'électricité est nécessaire pour faire fonctionner les machines utilisées tout au long de la chaîne de production.

* Prix de vente hors TVA (21 %). La ventilation du prix repose sur la production d'un type particulier de briques utilisées pour le parement des habitations et bâtiments. Compte tenu de la diversité du nombre de briques de façade et de leur composition, des structures de prix divergentes ne sont pas à exclure. Le prix de vente d'une grande brique du type que nous avons retenu est de € 0,35 hors TVA.

Source : Burt Nelissen, Président de la Fédération belge de la brique et Membre de la Direction de Nelissen Steenfabrieken/Briqueteries à Lanaken.

Prenons le métro

Niveau	2^{e} année.
Domaine	Traitement de données.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence	Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.
Commentaire	La difficulté de cette activité réside dans le fait que les calculs de tarifs sont basés sur le nombre de stations rencontrées durant le voyage, tandis que les calculs de durée sont eux basés sur le nombre d'intervalles entre les stations et sur le nombre de correspondances.
Contexte	Le schéma ci-dessous montre une partie d'un réseau de transports publics d'une grande ville. Il comprend trois lignes de métro. Le tarif et la durée du trajet dépendent du nombre de stations utilisées.



┴ Représente une station sur une des lignes de métro.

-○- Représente une jonction c'est-à-dire une station où existe une correspondance permettant de changer de lignes de métro.

	Tarif par stations utilisées (stations de départ, traversées et d'arrivée)	Durée du parcours entre deux stations
┴ Ligne A	30 cents	3 min
┴ Ligne B	40 cents	4 min
┴ Ligne C	20 cents	1 min

À la jonction entre deux lignes, l'arrivée est comptabilisée au tarif de la ligne qui vient d'être empruntée, le départ de la station est gratuit et la durée de correspondance est de 3 minutes.

Tâches

Tu dois te rendre de la station marquée « Départ » à la station marquée « Arrivée ».

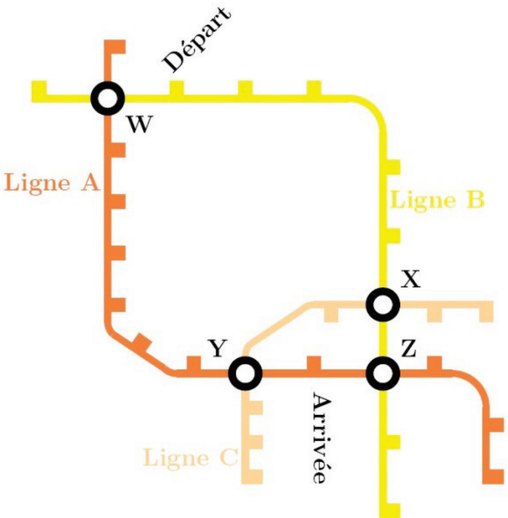
Quel est le trajet qui prend le moins de temps ?

Sur le schéma, trace-le en rouge. Justifie ton choix par calculs.

Quel est le trajet le moins cher ?

Sur le schéma, trace-le en vert. Justifie ton choix par calculs.

Note



Nommons W, X, Y et Z les jonctions (stations de correspondance).

Des trajets possibles pour effectuer un voyage de la station de départ à celle d'arrivée sont :

trajet 1 : Départ → Z → Arrivée

trajet 2 : Départ → X → Y → Arrivée

trajet 3 : Départ → W → Arrivée

(Nous négligeons le trajet : Départ → Y → X → Z → Arrivée)

Temps des trajets

trajet 1 :

- parcours sur la ligne B : 6 × 4 min = 24 min
- correspondance à la jonction Z : 3 min
- parcours sur la ligne A : 1 × 3 min
- durée totale du trajet 1 : 30 min

trajet 2 :

- parcours sur la ligne B : 5 × 4 min = 20 min
- correspondance à la jonction X : 3 min
- parcours sur la ligne C : 2 × 1 min = 2 min
- correspondance à la jonction Y : 3 min
- parcours sur la ligne A : 1 × 3 min = 3 min
- durée totale du trajet 2 : 31 min

trajet 3 :

- parcours sur la ligne B : 1 × 4 min = 4 min
- correspondance à la jonction W : 3 min
- parcours sur la ligne A : 8 × 3 min = 24 min
- durée totale du trajet 3 : 31 min

Prix des trajets

trajet 1 :

- parcours sur la ligne B : 7 × 40 cents = 280 cents = 2 € 80 cents
- parcours sur la ligne A : 1 × 30 cents = 30 cents
- prix du trajet 1 : 3 € 10 cents

trajet 2 :

- parcours sur la ligne B : 6 × 40 cents = 240 cents = 2 € 40 cents
- parcours sur la ligne C : 2 × 20 cents = 40 cents
- parcours sur la ligne A : 1 × 30 cents = 30 cents
- prix du trajet 2 : 3 € 10 cents

trajet 3 :

- parcours sur la ligne B : 2 × 40 cents = 80 cents
- parcours sur la ligne A : 8 × 30 cents = 240 cents = 2 € 40 cents
- prix du trajet 3 : 3 € 20 cents

Les triangles

Niveau	2^{e} année.
Domaine	Traitement de données.
Axe	Résoudre un problème.
Compétence	Transcrire une expérimentation collective.
Commentaire	L'objectif de l'élève est d'apprendre à gérer, ordonner et représenter graphiquement de nombreuses données et d'être sensibilisé à une représentation graphique non proportionnelle. Les objectifs secondaires sont le souci de constructions et de mesures soignées, de travailler sur les arrondis, d'être responsabilisé au travail collectif, de choisir une échelle afin de confectionner un graphique lisible. La découverte des « bornes » de la courbe peut être justifiée par les inégalités triangulaires.
Contexte	Considérons tous les triangles $\boldsymbol{ABC}$ tels que $\boldsymbol{|AB| = 7}$ cm et $\boldsymbol{|AC| = 4}$ cm.
Tâches	1. Déterminer l'élément supplémentaire dont on a besoin pour terminer la construction du triangle. 2. Déterminer les valeurs que peut prendre l'amplitude de l'angle A. 3. Dessiner des triangles ABC en faisant varier la mesure de l'angle A ; les amplitudes seront réparties de 10° en 10° entre les différents élèves. 4. Présenter clairement dans un tableau les résultats, c'est-à-dire : pour chaque valeur de $\hat{A}$, indiquer la valeur correspondante de $|BC|$. 5. Représenter sur un graphique tous ces résultats. 6. Expliquer pourquoi on pouvait prévoir que les longueurs seraient comprises entre 3 et 11.

Déroulement

Les questions sont posées une à une. Un bilan collectif est fait avant de passer à la question suivante.

Une discussion peut s'engager sur l'approximation (la précision) de la longueur. Quelle est la fiabilité des mesures obtenues à l'aide d'une règle graduée ? Quelle est la fiabilité de la construction avec le rapporteur ?

Note

On adapte la stratégie au nombre d'élèves de la classe : regroupement de deux élèves ou deux dessins par élève pour que soient dessinés tous les triangles possibles.

Le tableau reprenant les observations débute comme suit :

A (en degrés)	10	20	30	40	50
$|BC|$ (en cm)	3,1	3,5	4,1	4,7	5,4

Un graphique est présenté à la page suivante.

Variantes de l'activité

- Après la tâche 1, on peut déterminer les valeurs que peut prendre $|BC|$ et mesurer l'amplitude de l'angle A correspondant. On dessine les triangles ABC en incrémentant $|BC|$ de cm en cm. Ces deux processus peuvent être menés, en même temps, par des équipes différentes.
- Chaque élève représente plusieurs triangles et la mise en commun des mesures trouvées conduit à utiliser la moyenne arithmétique comme valeur « plus probable » que les mesures individuelles observées.
- On construit les triangles pour des amplitudes de A variant de 10° en 10°. On « prévoit » la mesure de $|BC|$ pour un triangle où $\hat{A} = 25°$ en « calculant » avec les valeurs du tableau ou en « observant » le graphique. On compare cette valeur avec celle mesurée.

Note

Dans le cadre d'une expérimentation, des conclusions sur la proportionnalité ou non des valeurs d'un tableau ou de l'alignement ou non de points d'un graphique, aussi précis soient-ils, sont toujours délicats à formuler.